

Técnicas de detección regularizada en sistemas
VBLAST: Desarrollo de una plataforma 2x2 a 2.4
GHz

David Ramírez García

1 de diciembre de 2006

Regularized detection techniques for VBLAST
systems: Development of a 2x2 platform at 2.4
GHz

El mayor fracaso es no haberlo intentado.

Agradecimientos

Los que me conocen saben que escribir no me gusta demasiado, así que en este apartado de agradecimientos voy a ser bastante rápido.

En primer lugar a Nacho, ya que sin él nada de esto hubiera sido posible.

En segundo lugar a Jesús Pérez, Jesús Ibáñez, Vía, JP y David FM, que aunque no tenían por qué ayudarme, sin su ayuda tampoco se hubiera conseguido finalizar este proyecto.

En tercer lugar a todos los GTAS que están, y también a todos los que se fueron.

Y por último, a todos los tele[ñe]cos, ya que estos cinco años con ellos no se han hecho tan largos. No menciono a ninguno en particular porque son muchos y no quiero olvidarme de ninguno.

Índice general

1. Introducción	1
2. Sistemas MIMO	4
2.1. Codificación espacio temporal	4
2.2. Modelo de un sistema MIMO	5
2.3. Capacidad de un sistema MIMO	6
2.4. Sistemas MIMO con multiplexado espacial	8
3. Detección en sistemas VBLAST	11
3.1. Detección óptima en sistemas VBLAST	11
3.2. Detectores Subóptimos	13
3.2.1. Detector de mínimos cuadrados sin restricciones	13
3.2.2. Detector de mínimo error cuadrático medio	14
3.2.3. Métodos con <i>null and cancelling</i>	14
3.3. <i>Sphere decoding</i>	16
4. Detección regularizada en sistemas VBLAST	22
4.1. Introducción a la teoría de la regularización y de las SVM	22
4.1.1. SVM para regresión	23
4.2. Detector para sistemas MIMO basado en regularización	25
4.2.1. Solución mediante IRWQP	25
4.2.2. Solución mediante IRWLS	28
4.2.3. Criterio de convergencia	30
4.2.4. Descripción del algoritmo propuesto	30
4.3. Resultados	31
4.3.1. Comparación entre métodos con <i>Null and Cancelling</i>	31
4.3.2. Comparación con el método propuesto	34
4.3.3. Convergencia del algoritmo	37
4.3.4. Influencia del número de condición de la matriz del canal.	38
5. Plataforma MIMO 2x2 a 2.4 GHz	43
5.1. Descripción de la Plataforma completa	43
5.2. Sistema Transmisor	44
5.2.1. Sincronización	46

5.3. Sistema Receptor	47
5.3.1. Conversores RF/IF	47
5.3.2. Sistema de adquisición	49
5.4. Técnicas de procesamiento de señal necesarias	51
5.4.1. Transmisión	51
5.4.2. Recepción	52
6. Resultados experimentales	54
6.1. Experimento 1	54
6.2. Evaluación de las prestaciones de la plataforma	56
6.2.1. Introducción a la codificación de Alamouti	56
6.2.2. Experimento 2	57
6.2.3. Experimento 3	62
7. Conclusiones y líneas futuras	66
A. Publicaciones a las que ha dado lugar este proyecto de fin de carrera	68

Índice de figuras

1.1. Esquema de un sistema MIMO.	1
2.1. Sistema MIMO equivalente.	7
2.2. Capacidad de un sistema MIMO para un canal Rayleigh con desvanecimiento rápido.	9
2.3. Arquitectura HLST con codificación de canal única y multiple. . .	10
3.1. Esquema del sistema VBLAST.	12
3.2. Idea principal del <i>Sphere Decoding</i>	17
3.3. Árbol generado para la búsqueda en una hiperesfera de 4 dimensiones.	18
4.1. Funciones de pérdidas	23
4.2. Comparación entre diferentes detectores basados en LS.	32
4.3. Comparación entre diferentes detectores basados en MMSE. . . .	33
4.4. Tiempo de ejecución de los diferentes detectores basados en MMSE.	33
4.5. Comparación entre los diferentes detectores estudiados para un sistema MIMO 15x15.	35
4.6. Tiempo de ejecución de los diferentes detectores estudiados para un sistema MIMO 15x15.	35
4.7. Comparación entre los diferentes detectores estudiados para un sistema MIMO 45x45.	36
4.8. Tiempo de ejecución de los diferentes detectores estudiados para un sistema MIMO 45x45.	36
4.9. Comparación entre los diferentes detectores estudiados variando el número de antenas.	37
4.10. Evolución del AME.	38
4.11. Regiones de decisión del detector óptimo para un canal bien condicionado.	40
4.12. Regiones de decisión del detector basado en MMSE con <i>Null and Cancelling</i> y ordenado óptimo para un canal bien condicionado. .	40
4.13. Regiones de decisión del detector propuesto para un canal bien condicionado.	41

4.14. Regiones de decisión del detector óptimo para un canal mal condicionado.	41
4.15. Regiones de decisión del detector basado en MMSE con <i>Null and Cancelling</i> y ordenado óptimo para un canal mal condicionado. . .	42
4.16. Regiones de decisión del detector propuesto para un canal mal condicionado.	42
5.1. Diagrama de bloques de la parte banda base del transmisor.	45
5.2. Descripción del montaje del transmisor.	47
5.3. Diagrama de bloques de un <i>downconverter</i>	48
5.4. Diagrama de bloques de la tarjeta ICS-554A.	50
5.5. Conformación de los símbolos en transmisión.	51
5.6. Estructura de la trama empleada.	52
5.7. Conformación de los símbolos en transmisión.	53
6.1. Localización del transmisor y el receptor para el experimento 1. . .	54
6.2. Probabilidad de error de símbolo medida para el primer experimento. .	55
6.3. Constelaciones en el receptor.	58
6.4. Probabilidad de error de símbolo medida para el segundo experimento.	58
6.5. fdp de la envolvente de los coeficientes $h_{1,1}$ y $h_{1,2}$ para el experimento 2.	60
6.6. fdp de la envolvente de los coeficientes $h_{2,1}$ y $h_{2,2}$ para el experimento 2.	61
6.7. fdp de la fase de todos los coeficientes para el experimento 2. . . .	61
6.8. Localización del transmisor y el receptor para el experimento 3. . .	62
6.9. Probabilidad de error de símbolo medida para el tercer experimento. .	63
6.10. fdp de la envolvente de los coeficientes $h_{1,1}$ y $h_{1,2}$ para el experimento 3.	64
6.11. fdp de la envolvente de los coeficientes $h_{2,1}$ y $h_{2,2}$ para el experimento 3.	64
6.12. fdp de la fase de todos los coeficientes para el experimento 3. . . .	65

Índice de tablas

3.1. Ganancia por diversidad de los diferentes detectores.	16
4.1. Parámetros empleados	34
5.1. Tabla comparativa con las principales características de los generadores.	45
5.2. Características principales de los <i>downconverters</i>	48
5.3. Ruido de Fase del OL.	48
5.4. Características principales de la tarjeta ICS-554A.	49
5.5. Frecuencias máximas de muestreo de la tarjeta ICS-554A en modo continuo.	49
5.6. Capacidad de memoria por canal.	50

Capítulo 1

Introducción

Los actuales sistemas de comunicaciones inalámbricos, con una única antena en transmisión y una única antena en recepción (*Single Input Single Output* o SI-SO), se enfrentan a dos grandes problemas. Por un lado, dichos sistemas requieren el uso de técnicas de diversidad para combatir el efecto de los desvanecimientos rápidos que degradan substancialmente la calidad de la señal. Dichas técnicas de diversidad en la mayoría de los casos hacen un uso ineficiente del espectro, este uso ineficiente del espectro es el segundo gran problema ya que el espectro radioeléctrico está limitado. Por lo tanto, técnicas que permitan aumentar la capacidad del sistema sin aumentar el ancho de banda son muy deseables.

Un avance revolucionario en el campo de las comunicaciones inalámbricas es lo que se conoce como sistemas *Multiple Input Multiple Output* (MIMO) [1]. Tradicionalmente estos sistemas están formados por varias antenas en transmisión y en recepción (En la figura 1.1 se muestra un esquema de un sistema MIMO). Recientes investigaciones en teoría de la información han demostrado que los sistemas MIMO mejoran la capacidad respecto a los sistemas SISO linealmente en el número de antenas [2], con lo cual se solucionan los dos problemas mencionados anteriormente. Pero para conseguir este incremento de capacidad es necesario un procesamiento de señal en el receptor relativamente complejo.

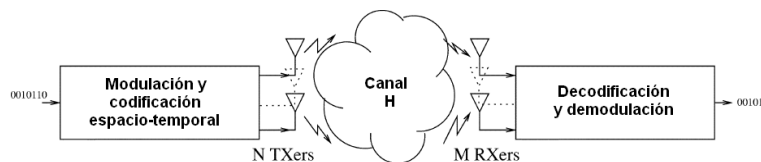


Figura 1.1: Esquema de un sistema MIMO.

Este proyecto tiene dos partes bien diferenciadas, pero a su vez relacionadas

entre sí. En primer lugar se realiza un estudio de las técnicas de detección en sistemas MIMO con multiplexado espacial tipo *Vertical Bell Laboratories Layered Space Time* (VBLAST) y se desarrolla una nueva técnica basada en técnicas de regularización. Y en segundo lugar se ha contribuido al desarrollo de una plataforma MIMO 2x2 a 2.4 GHz. Esta segunda parte es de gran importancia ya que permite la evaluación de algoritmos banda base en sistemas reales, entre ellos, el algoritmo propuesto en la primera parte de este proyecto.

La idea principal que se persigue en el desarrollo de la plataforma es que permita una evaluación de los algoritmos banda base de una manera rápida y flexible, por tanto no se pretende que la plataforma obtenga tasas de transmisión elevadas. Ésto se consigue mediante un procesamiento banda base *offline*, tanto en transmisión como en recepción. Dicho procesamiento se realiza en MATLAB y consiste en dos partes bien diferenciadas, tanto en transmisión como en recepción. Por un lado se realiza el procesamiento banda base típico de sistemas de comunicaciones (*upsampling*, conformación, filtro adaptado y muestreo a la velocidad de símbolo), y por otro lado se lleva a cabo el procesamiento asociado al sistema MIMO (codificación espacio temporal y detección). Como conversores digital analógico (*Digital to Analog converter* o DAC) se emplean los que proporcionan los generadores vectoriales de Agilent E4432B y E4438C, además dichos generadores permiten realizar la conversión ascendente a la banda industrial, científica y médica (*industrial, scientific and medical* o ISM) de 2.4 GHz. La instrumentación asociada al receptor es: una tarjeta de adquisición con 4 canales y dos conversores descendentes o *downconverters* que fueron desarrollados específicamente para la plataforma.

A continuación se establece la estructura del proyecto y se hace algún comentario sobre cada capítulo. En el Capítulo 2 haremos una introducción un poco más en profundidad de los sistemas MIMO y se demostrará matemáticamente que su capacidad es muy superior a la de los tradicionales sistemas SISO. Por último nos centraremos en los sistemas con multiplexado espacial.

En el Capítulo 3 se presenta el problema de la detección en sistemas VBLAST, además se introduce el detector óptimo y los problemas asociados a este detector debido a su complejidad computacional. Como consecuencia de este problema se han desarrollado algoritmos que permiten reducir la complejidad y de los cuales se hará una revisión. Algunos de estos detectores, los detectores subóptimos, reducen la complejidad computacional a cambio de una pérdida de prestaciones, que en algunos casos puede ser bastante significativa. Normalmente hay una relación directa entre prestaciones y complejidad, es decir, a más prestaciones más complejidad.

En el Capítulo 4 se introducirá en primer lugar la teoría de la regularización y de las máquinas de vectores soporte (*support vector machines* o SVM) [3]. Estas teorías, ampliamente conocidas en el mundo del aprendizaje máquina (*machine learning*), se emplean para el desarrollo de un nuevo detector para sistemas VBLAST que pretende tener una complejidad inferior a la del detector óptimo pero sin que se obtenga una pérdida de prestaciones importante. Para ello se aprovecha la propiedad de módulo constante de las modulaciones *Phase shift keying* (PSK) para penalizar (o regularizar) las soluciones que no cumplan dicha propiedad. Además,

se comparará dicho método con los presentados en el Capítulo 3 mediante simulación, demostrando que el detector que se ha desarrollado presenta las características que se pretendía, obtener mejores prestaciones que los métodos subóptimos típicos pero sin incrementar notablemente su complejidad computacional.

En el Capítulo 5 se presenta la plataforma desarrollada, además se hace referencia a los principales problemas en la implementación de sistemas MIMO y cómo se han solucionado. También se repasa la arquitectura típica de los sistemas comunicaciones digitales y las técnicas de procesamiento de señal que emplean.

En el Capítulo 6 se compara los métodos de detección en sistemas VBLAST (Capítulo 3) con el detector propuesto. Además, se evalúa las prestaciones de la plataforma empleando la codificación de Alamouti [4].

Por último, en el Capítulo 7 se hace una relación de las principales conclusiones que se han obtenido con la realización de este proyecto y además se presentan diferentes líneas futuras de trabajo relacionadas con este proyecto.

Capítulo 2

Sistemas MIMO

En este capítulo se va a hacer una introducción a los sistemas MIMO. En primer lugar haremos una clasificación en función del tipo de codificación espacio temporal empleada. En segundo lugar presentaremos el modelo de los sistemas MIMO y a continuación demostraremos que la capacidad de los sistemas MIMO es superior a la capacidad de los sistemas SISO. Por último se hace una introducción un poco más detallada de los sistemas con multiplexado espacial.

2.1. Codificación espacio temporal

La idea fundamental de los sistemas MIMO es la codificación espacio temporal, en función de la codificación empleada se conseguirá obtener unas u otras características:

- Sistemas con codificación espacio temporal por bloques (*space time block coding* o STBC), dentro de los cuales destaca la familia de la codificación espacio temporal por bloques ortogonal (*orthogonal space time block coding* o OSTBC). Este tipo de codificación ofrece máxima ganancia por diversidad, aunque pierde parte de la capacidad disponible de los sistemas MIMO. Por otro lado, los STBC no ofrecen ganancia por codificación, a no ser que previa a la codificación espacio temporal haya una codificación de canal (códigos bloque o convolucionales). Por otro lado los OSTBC permiten realizar una decodificación lineal óptima en el receptor, lo que simplifica enormemente el diseño de receptores.
- Sistemas con codificación Trellis espacio temporal (*Space Time Trellis Coding* o STTC), este tipo de codificación ofrece simultáneamente ganancia por codificación, mejora en la eficiencia espectral y además permite obtener diversidad. Al igual que ocurre en la codificación de canal de sistemas tradicionales (SISO), si empleamos dos códigos Trellis es posible emplear un decodificador MAP (*maximum a posteriori*) iterativo, de esta manera obtenemos lo que se conoce como Turbo-Codificación Trellis espacio temporal

(*Space Time Turbo Trellis Coding* o ST Turbo TC). Estos códigos obtienen una ganancia de codificación superior a los STTC. Pero cabe decir que la decodificación es relativamente complicada.

- Sistemas con multiplexado espacial (*spatial multiplexing* o SM): estos sistemas permiten alcanzar la capacidad disponible en los sistemas MIMO y además tienen ganancia por diversidad. Una de las ventajas de estos sistemas respecto a los STTC es que permiten una codificación de canal más sencilla.

Dado que en este proyecto nos vamos a centrar en sistemas con multiplexado espacial, haremos una introducción un poco más detallada en el apartado 2.4.

2.2. Modelo de un sistema MIMO

Suponemos un sistema MIMO punto a punto con n_T antenas transmisoras y n_R antenas receptoras. Asumiendo un canal plano en frecuencia y constante durante la transmisión de una trama, el modelo para el equivalente paso bajo es:

$$\mathbf{x}[n] = \mathbf{H}\mathbf{s}[n] + \mathbf{n}[n] \quad (2.1)$$

donde: $\mathbf{s}[n] = (s_1[n], \dots, s_{n_T}[n])^T$ es el vector de símbolos transmitidos por todas las antenas en el instante n -ésimo y $s_i[n]$ es el símbolo correspondiente a la antena transmisora i -ésima; $\mathbf{x}[n] = (x_1[n], \dots, x_{n_R}[n])^T$ es el vector de símbolos recibidos por todas las antenas en el instante n -ésimo y $x_i[n]$ es el símbolo correspondiente a la antena receptora i -ésima. Por otro lado, $\mathbf{n}[n] = (n_1[n], \dots, n_{n_R}[n])^T$ es el vector de ruido recibido por todas las antenas en el instante n -ésimo y $r_i[n]$ es la realización de ruido correspondiente a la antena receptora i -ésima. Por último la ecuación (2.2) corresponde a la matriz del canal, que como se ha dicho anteriormente es constante durante la transmisión de una trama, aunque puede cambiar entre las distintas tramas.

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & \cdots & h_{1,n_T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n_R,1} & \cdots & h_{n_R,n_T} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Típicamente el ruido se considera Gaussiano, complejo y blanco tanto temporal como espacialmente, ver ecuaciones (2.3). Además los símbolos también se consideran blancos temporalmente. Por simplicidad notacional a partir de ahora omitiremos el índice n .

$$n_i = \mathcal{N}\left(0, \frac{\sigma^2}{2}\right) + j\mathcal{N}\left(0, \frac{\sigma^2}{2}\right) \quad (2.3a)$$

$$\mathbf{R}_{nn} = \sigma^2 \mathbf{I} \quad (2.3b)$$

Por último, asumiremos para el canal un modelo de Rayleigh incorrelado, es decir, que la parte real e imaginaria son variables aleatorias Gaussianas de media nula y varianza $1/2$. El motivo de que sean variables aleatorias Gaussianas es bastante simple, se considera que llega un número suficiente de rayos al receptor por multiples direcciones y todos con similar potencia, de manera que por el teorema central del límite [5], la parte real e imaginaria son Gaussianas. El valor $1/2$ se toma por motivos de normalización, de manera que el canal no atenúa la señal y se tiene únicamente en cuenta los desvanecimientos rápidos.

Cabe mencionar que también existen otros tipos de modelos como por ejemplo el de Rice, dicho modelo asume lo mismo que el Rayleigh salvo que un rayo llega con más potencia que los demás. Aunque para las simulaciones se empleará siempre el modelo de Rayleigh, se ha mencionado el modelo de Rice dado que es el que mejor aproxima las medidas experimentales. Por otro lado supondremos que el receptor conoce perfectamente el estado del canal (*perfect channel state information* o *perfect CSI*).

2.3. Capacidad de un sistema MIMO

En esta sección se va a demostrar que la capacidad de un sistema MIMO es superior a la de un sistema con una antena en recepción y una antena en transmisión.

La capacidad de un sistema es la máxima tasa de transmisión de manera que podamos obtener una tasa de error tan pequeña como queramos haciendo uso de una codificación de canal adecuada.

Para la derivación de la capacidad de un sistema MIMO asumiremos que el receptor conoce perfectamente el estado del canal, pero el transmisor no tiene conocimiento del canal. En primer lugar debemos realizar la descomposición en valores singulares (*Singular Value decomposition* o SVD) [6] de la matriz del canal:

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H \quad (2.4)$$

donde \mathbf{U} y \mathbf{V} son matrices unitarias y $\mathbf{\Sigma}$ es una matriz diagonal con valores no negativos, dichos valores se conocen como valores singulares y tienen una relación directa con los autovalores (o valores propios).

Sustituyendo (2.4) en (2.1) y definiendo $\mathbf{x}' = \mathbf{U}^H \mathbf{x}$, $\mathbf{s}' = \mathbf{V}^H \mathbf{s}$ y $\mathbf{n}' = \mathbf{U}^H \mathbf{n}$ obtenemos el siguiente sistema equivalente

$$\mathbf{x}' = \mathbf{\Sigma} \mathbf{s}' + \mathbf{n}' \quad (2.5)$$

Si desarrollamos la ecuación (2.5) componente a componente obtenemos

$$x'_i = \sigma_i s'_i + n'_i, \quad i = 1 \dots r \quad (2.6a)$$

$$x'_i = n'_i, \quad i = r + 1 \dots n_R \quad (2.6b)$$

donde r es el rango de la matriz \mathbf{H} y σ_i es el i -ésimo valor singular. Las ecuaciones (2.6) demuestran que los subcanales están desacoplados y de esta manera sus capacidades se pueden sumar. En la figura 2.1 se puede ver el sistema MIMO equivalente asumiendo que la matriz es completa en rango de columnas ($r = n_T$). Si asumimos que la potencia transmitida por cada antena es la potencia total (P) entre el número de antenas transmisoras, somos capaces de estimar la capacidad del sistema MIMO aplicando la fórmula de Shannon [7] para cada subcanal y sumándolas

$$C = W \sum_{i=1}^r \log_2 \left(1 + \frac{P_{ri}}{\sigma^2} \right) \quad (2.7)$$

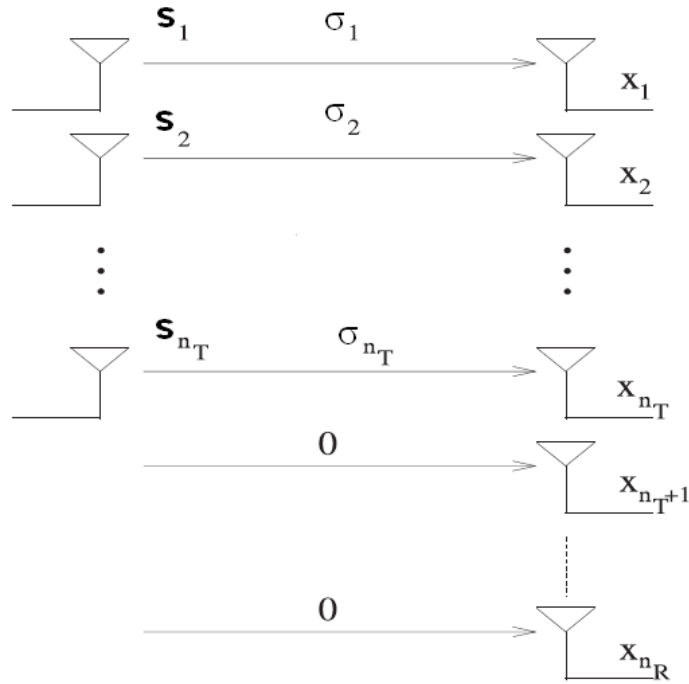


Figura 2.1: Sistema MIMO equivalente.

donde W es el ancho de banda y P_{ri} es la potencia recibida en cada subcanal, dicha potencia se define:

$$P_{ri} = \frac{\sigma_i^2 P}{n_T}$$

La ecuación (2.7) se puede reescribir como (2.8) haciendo uso de propiedades de los logaritmos y de la definición de valores singulares.

$$C = W \log_2 \det \left(\mathbf{I} + \frac{P}{n_T \sigma^2} \mathbf{Q} \right) \quad (2.8)$$

donde \mathbf{I} es la matriz identidad de las dimensiones apropiadas y \mathbf{Q} es la matriz de Wishart del canal definida como:

$$\mathbf{Q} = \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{H}^H, & n_R < n_T \\ \mathbf{H}^H\mathbf{H}, & n_R \geq n_T \end{cases}$$

De momento se ha considerado únicamente la capacidad para canales deterministas, para canales aleatorios con desvanecimientos rápidos (no tiene sentido para canales con desvanecimientos lentos) se puede calcular la capacidad ergódica, promediando para los diferentes canales, es decir, aplicar el operador esperanza matemática a (2.8) obteniendo

$$C = E \left\{ W \log_2 \det \left(\mathbf{I} + \frac{P}{n_T \sigma^2} \mathbf{Q} \right) \right\} \quad (2.9)$$

Cabe decir que sólo existen fórmulas cerradas de la capacidad ergódica para ciertos tipos de canales, como el Rice y el Rayleigh, de manera que en general para obtener dicha capacidad es necesario recurrir a un análisis de Montecarlo o a aproximaciones como las presentadas en [8, 9].

En la figura 2.2 se puede ver la capacidad ergódica de un canal Rayleigh con desvanecimientos rápidos. Se considera $n_R = n_T$ y se puede observar que la capacidad para el caso SISO ($n_R = n_T = 1$) es considerablemente inferior a la de un canal MIMO ($n_R = n_T > 1$)

Para finalizar hemos de mencionar que los sistemas MIMO-OSTBC no alcanzan toda la capacidad disponible (salvo un caso particular, el código de Alamouti) [10], es decir:

$$C_{MIMO} - C_{MIMO-OSTBC} \geq 0$$

Esta propiedad es la principal desventaja de los OSTBC, ya que como se ha dicho antes su decodificación es muy sencilla en comparación con los sistemas con multiplexado espacial (apartado 2.4).

2.4. Sistemas MIMO con multiplexado espacial

Los sistemas con multiplexado espacial, también conocidos como sistemas *Layered Space Time*, presentan varios tipos de arquitecturas en función de la codificación de canal:

- Arquitecturas con codificación espacio temporal por capas verticales (*Vertical Layered Space Time*, VLST o VBLAST) tienen la particularidad de que

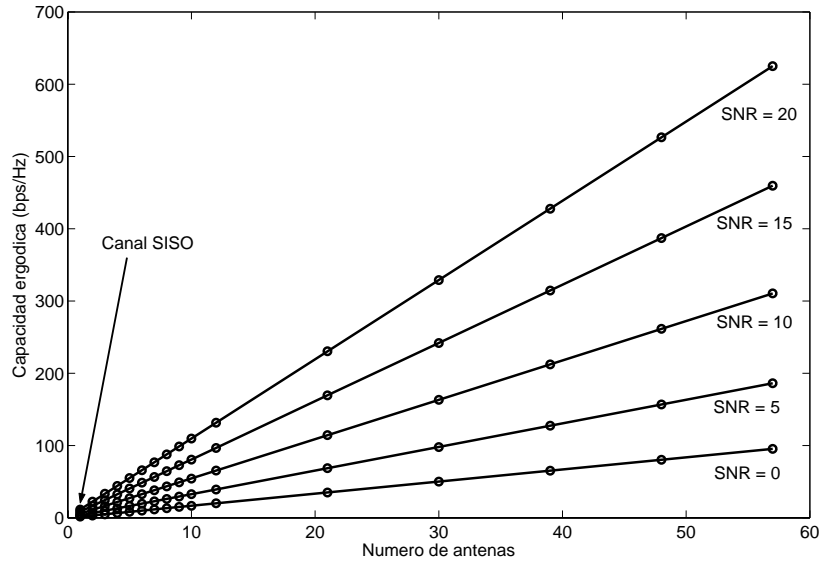


Figura 2.2: Capacidad de un sistema MIMO para un canal Rayleigh con desvanecimiento rápido.

no presentan ningún tipo de codificación. Este proyecto se centra en este tipo de arquitecturas.

- Arquitecturas con codificación espacio temporal por capas horizontales (*Horizontal Layered Space Time* HLST) (figura 2.3), la codificación de canal se realiza antes del multiplexado espacial, aunque cabe la posibilidad de realizar la codificación una vez realizado el multiplexado espacial, pero capa a capa, es decir, que es una codificación de canal en una única dimensión, a diferencia de los STTC.

Aunque existen otros tipos de arquitecturas como son la *Diagonal Layered Space Time* (DLST) o la *Threaded Layered Space Time*, las dos que hemos mencionado anteriormente son las principales.

Por otro lado cabe mencionar que aun sin emplear ningún tipo de codificación la arquitectura V-BLAST presenta una gran complejidad en su detección (Capítulo 3), que unida a sus prestaciones, ha provocado un gran interés investigador.

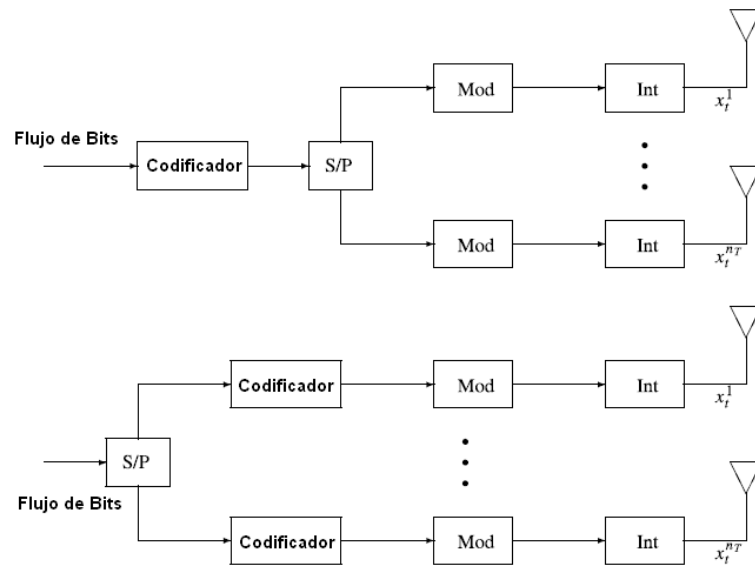


Figura 2.3: Arquitectura HLST con codificación de canal única y múltiple.

Capítulo 3

Detección en sistemas VBLAST

En este capítulo vamos a presentar el problema de la detección MIMO en sistemas VBLAST. En primer lugar se presenta la detección óptima y los problemas que presenta. Finalmente se presentan algunos detectores subóptimos típicos y el *Sphere Decoding*.

3.1. Detección óptima en sistemas VBLAST

En la figura 3.1 se muestra el esquema básico de los sistemas VBLAST, en dichos sistemas el flujo de símbolos se divide por cada una de las antenas y se transmite sin ningún tipo de codificación. En el canal se produce una mezcla de los símbolos y el receptor debe ser capaz de detectar lo mejor posible dichos símbolos.

Como se ha dicho en el apartado 2.2 el modelo de un sistema MIMO es

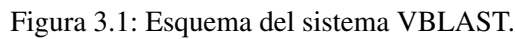
$$\mathbf{x} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n}$$

Cabe mencionar que este modelo también engloba a sistemas MIMO con codificación (no OSTBC) o a sistemas MIMO selectivos en frecuencia, pero en estos casos tenemos una matriz de canal equivalente de dimensiones mucho mayores a las dimensiones de \mathbf{H} .

Dado que buscamos el detector óptimo, en el sentido de mínima probabilidad de error, deberemos encontrar el detector de máxima verosimilitud (*Maximum likelihood* o ML). Para ello será necesario maximizar la función de verosimilitud. Dado que el ruido es Gaussiano y blanco temporal y espacialmente y que los símbolos también son blancos temporalmente la función de verosimilitud será

$$L(\mathbf{s}) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n_R}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{x} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|_2^2\right)$$

sujeto a la restricción de pertenecer a una celosía finita, que en términos matemáticos es $\mathbf{s} \in \mathbf{A}^{n_T}$, donde \mathbf{A} son los puntos pertenecientes a una determinada


$$J(\mathbf{s}) = \|\mathbf{x} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|_2^2 \quad (3.1)$$
$$\hat{\mathbf{s}}[n] = \arg \min_{\mathbf{s}[n] \in A^{n_T}} \|\mathbf{x}[n] - \mathbf{H}\mathbf{s}[n]\|_2^2 \quad (3.2)$$

El problema de (3.2) recibe el nombre de mínimos cuadrados enteros (*integer least squares*). Este problema se sabe que es *NP-HARD*, ésto es que no existe ningún algoritmo que sea capaz de resolverlo con complejidad polinómica, más concretamente la complejidad del problema es exponencial en el número de antenas transmisoras y en el número de bits por símbolo si se realiza una búsqueda exhaustiva en todos los puntos de la celosía. Por otro lado existe un algoritmo que es capaz de encontrar la solución óptima en tiempo polinómico de media, pero en el peor de los casos su complejidad también es exponencial. Dicho algoritmo se conoce como *Sphere Decoding* (SD) y puede reducir la complejidad computacional debido a que aprovecha la información estadística sobre el ruido.

A pesar de la reducción de complejidad computacional del SD frente a una búsqueda exhaustiva en todos los puntos de la celosía, esta complejidad sigue siendo elevada en algunos problemas por lo que se recurre a detectores subóptimos, que

aunque pierden prestaciones, su carga computacional menor hace que sea posible implementarlos en sistemas prácticos.

3.2. Detectores Subóptimos

Como se ha comentado anteriormente, el problema de *integer least squares* es computacionalmente muy complejo, en este apartado vamos a presentar diferentes detectores subóptimos y además haremos mención de su complejidad computacional. Cabe decir que si la matriz del canal es unitaria (su número de condición es uno), estos métodos subóptimos pasan a ser óptimos.

3.2.1. Detector de mínimos cuadrados sin restricciones

Dado que al imponer la restricción de pertenecer a una determinada celosía a la función de coste hace que el problema sea *NP-HARD*, una primera opción es eliminar dicha restricción y una vez que se tiene la solución del problema sin restricciones se toman decisiones duras, de manera que los puntos pertenezcan a la celosía. Para ello vamos a minimizar la ecuación (3.2), para ello hay que tomar su gradiente e igualarlo a cero

$$\nabla_{\mathbf{s}} J(\mathbf{s}) = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{s}_{LS} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{x}. \quad (3.3)$$

Como ya se ha comentado, en esta solución los puntos no pertenecen a la celosía, de manera que si aplicamos el operador Q la detección LS queda

$$\hat{\mathbf{s}}_{LS} = Q \left[(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{x} \right] = Q \left[\mathbf{H}^+ \mathbf{x} \right] \quad (3.4)$$

donde el operador Q consiste en tomar la decisión dura componente a componente y \mathbf{H}^+ es la matriz pseudoinversa de Moore-Penrose.

Para evitar problemas numéricos en el calculo de la matriz pseudoinversa, su calculo se basa en una descomposición SVD, de manera que la complejidad computacional de este método es aproximadamente del orden de $O(n_T^3)$, es decir que crece cúbicamente con el número de antenas transmisoras.

Este tipo de detector también se conoce como *zero-forcing* (ZF), ya que como se ve en la ecuación (3.5) el igualador deshace el efecto del canal (omitiendo la decisión dura).

$$\mathbf{s}_{LS} = \mathbf{H}^+ \mathbf{x} = \mathbf{H}^+ (\mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{n}) = \mathbf{s} + \mathbf{H}^+ \mathbf{n} = \mathbf{s} + \tilde{\mathbf{n}} \quad (3.5)$$

es decir, que con este detector tenemos la señal transmitida en ruido Gaussiano, pero coloreado espacialmente, siendo su nueva matriz de autocorrelación

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}\tilde{\mathbf{n}}} = \sigma^2 (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1}$$

Debido a esta nueva matriz de autocorrelación el tomar decisiones duras hace que el detector sea subóptimo. Pero si dicha matriz fuera la matriz identidad, sí tendríamos un detector óptimo. Para que ocurra ésto la matriz \mathbf{H} debe ser unitaria.

3.2.2. Detector de mínimo error cuadrático medio

Si asumimos que la solución óptima se puede expresar como una combinación lineal de la señal recibida, este detector se basa en encontrar una matriz de igualadores que minimice el error cuadrático medio (MMSE), es decir

$$J(\mathbf{W}) = E \left[\|\mathbf{s} - \mathbf{W}\mathbf{x}\|_2^2 \right] \quad (3.6)$$

Se puede demostrar [11] que la solución que minimiza la función de coste (3.6) es

$$\mathbf{W}_{MMSE} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \quad (3.7)$$

de modo que la solución MMSE es

$$\hat{\mathbf{s}}_{MMSE} = Q \left[(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{x} \right] \quad (3.8)$$

Este método, al igual que el detector LS sin restricciones, presenta una complejidad computacional del orden $O(n_T^3)$

3.2.3. Métodos con *null and cancelling*

Si se conociera alguno de los símbolos transmitidos sería posible cancelar su contribución a la señal recibida, de manera que hubiera menos interferencias entre ellos, obteniendo un sistema con una dimensión menos y reduciendo también la complejidad computacional. Dado que ésto no es posible, se puede usar cualquiera de los dos detectores anteriores para detectar únicamente un símbolo transmitido. Una vez que se tiene detectado dicho símbolo se puede asumir que es conocido y cancelar su contribución [12]. Ésto tiene un problema que se conoce como propagación de errores, es decir, que si se comete un error al detectar el símbolo, cuando se cancela su contribución se tendrá más dificultades para detectar correctamente el resto de símbolos. Una manera de solventar el problema de la propagación de errores es ordenar los símbolos de manera que el primero que se cancele sea el que tiene una mayor relación señal a ruido (SNR), e iremos cancelando sucesivamente el de mayor SNR.

Métodos de ordenación

El método de ordenación dependerá del tipo de detección que se emplee, LS o MMSE.

Ordenación con detección LS: En la ecuación (3.5) se puede ver que tenemos amplificada cada componente del ruido \tilde{n}_i respecto a n_i por un factor α_i que vale

$$\alpha_i = \sum_{j=1}^{n_R} |h_{ij}^+|^2$$

donde h_{ij}^+ es el elemento (i,j) de la matriz pseudoinversa del canal. Entonces el símbolo con mayor SNR será el símbolo correspondiente a un α_i mínimo.

Ordenación con detección MMSE: Se puede demostrar [11] que la matriz de covarianza del error para la estimación MMSE es

$$P = E \left[(\mathbf{s} - \mathbf{W}_{MMSE} \mathbf{x}) (\mathbf{s} - \mathbf{W}_{MMSE} \mathbf{x})^H \right] = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{I})^{-1}$$

de manera que el símbolo con mayor SNR será el símbolo correspondiente a un P_{ii} mínimo.

Algoritmo para detección con *null and cancelling* y ordenado óptimo

Con lo comentado en apartados anteriores se puede resumir el algoritmo de detección con *null and cancelling* y ordenado óptimo de la siguiente manera

1. $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{H}$
2. $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}$
3. for $k = 1$ hasta n_T
 - a) $i = \text{índice del símbolo de mayor SNR (depende del tipo de detección, MMSE o LS).}$
 - b) Obtener el símbolo i -ésimo \hat{s}_i
 - 1) $\mathbf{s} = \mathbf{W} \tilde{\mathbf{x}}$, donde \mathbf{W} depende del tipo de detección
 - 2) $\hat{s}_i = Q[\mathbf{s}_i]$
 - c) $\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{x}} - \tilde{\mathbf{h}}_i \hat{s}_i$, donde $\tilde{\mathbf{h}}_i$ es la columna i -ésima de $\tilde{\mathbf{H}}$
 - d) Obtenemos el nuevo sistema (más pequeño), eliminando la columna i -ésima de $\tilde{\mathbf{H}}$

El algoritmo anterior también es válido para métodos sin ordenación óptima, simplemente sustituyendo el paso 3.a por $i = k$, aunque como se ha dicho la ordenación mejora bastante las prestaciones de este tipo de detección y no incrementa apenas su complejidad computacional.

Respecto a la complejidad computacional se puede decir que es del orden $O(n_T^4)$. Aunque existe una variante del algoritmo anterior denominada *Square Root*

Algorithm for BLAST [13]. Su idea fundamental es usar transformaciones unitarias para evitar el uso de divisiones y obtener la matriz \mathbf{W} de la iteración k -ésima a partir de la $(k - 1)$ -ésima. Además este algoritmo presenta una mayor estabilidad numérica, ésto, junto con su menor complejidad computacional, hace que sea una buena opción para una implementación en tiempo real.

3.3. Sphere decoding

Una cuestión importante de los detectores subóptimos es conocer sus prestaciones. Para sistemas con un número reducido de antenas en transmisión y recepción, la diferencia en términos de probabilidad de error (BER) no es muy importante, salvo para SNR grandes. Pero en cuanto el sistema empieza a crecer en número de antenas las prestaciones de estos métodos subóptimos empiezan a decaer. En la tabla 3.1 se muestra la ganancia por diversidad aproximada de los distintos detectores y su pérdida de relación señal a ruido respecto al detector óptimo. De ahí la importancia de métodos exactos (detectores óptimos). Existen algoritmos más sofisticados que la búsqueda exhaustiva entre todas las posibilidades de la celosía como son el algoritmo de Kannan (que hace la búsqueda restringida al interior de un hiperparalelogramo), el *Sphere Decoding* (SD) de Fincke y Pohst [14, 15] y, por último, reducciones de base como por ejemplo la de Korkin-Zolotarev.

Detector	Ganancia por diversidad	Pérdida de SNR
LS	$n_R - n_T + 1$	Alta
MMSE	$\approx n_R - n_T + 1$	Baja
<i>Null and cancelling</i> (NC)	$\approx n_R - n_T + 1$	Baja
NC con ordenado óptimo	$\geq n_R - n_T + 1 \leq n_R$	Baja
ML	n_R	Cero

Tabla 3.1: Ganancia por diversidad de los diferentes detectores.

La idea básica del SD es sencilla, se trata de hacer una búsqueda exhaustiva únicamente en ciertos puntos de la celosía, estos puntos son los puntos interiores a una determinada hipersfera.

Aunque ésto en principio puede parecer sencillo tiene dos importantes preguntas

- ¿Cómo elegimos el radio de la hipersfera?: Si elegimos un radio demasiado grande habrá muchos puntos dentro de la hipersfera y no ganaremos nada respecto al algoritmo de fuerza bruta. Pero si elegimos un radio demasiado pequeño ningún punto caerá dentro de la hipersfera. Por otro lado podemos decir que el encontrar el radio óptimo es también *NP-HARD* de manera que no ganaríamos nada empleando este algoritmo.

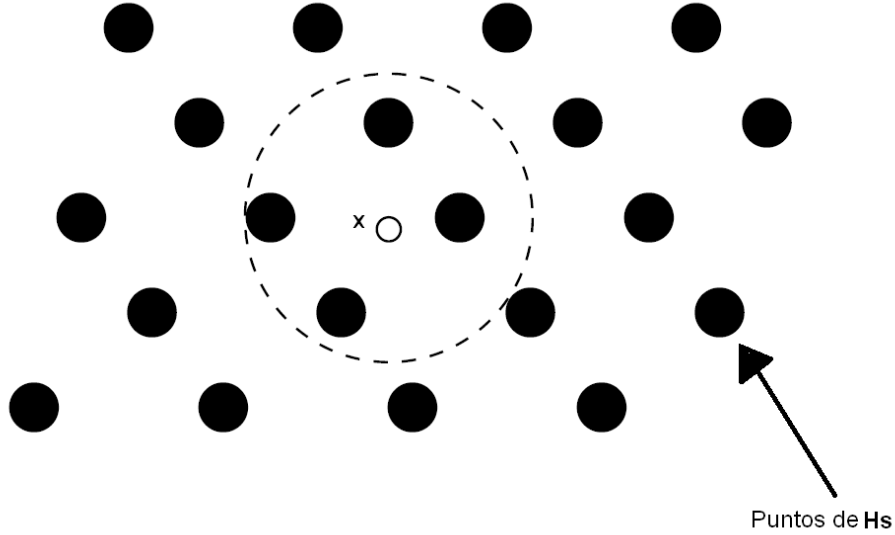


Figura 3.2: Idea principal del *Sphere Decoding*.

Una primera opción para la elección del radio es $\rho = \|\mathbf{x} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}_{LS}\|_2$, este radio garantiza que al menos un punto está dentro de la hipersfera ($\hat{\mathbf{s}}_{LS}$), pero normalmente esta elección nos conducirá a demasiados puntos dentro de la hipersfera y como consecuencia de esto, una complejidad computacional elevada.

Por otro lado, como conocemos estadísticos del ruido esta elección se puede hacer de una manera inteligente. Se sabe que

$$\frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{x} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|_2^2 = \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{n}\|_2^2 = \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^{n_R} n_i^2$$

es decir, es una suma de Gaussianas al cuadrado. Dicha suma es una variable aleatoria χ^2 con n_R grados de libertad, de manera que podemos elegir el radio como una versión escalada de la varianza del ruido (σ^2)

$$r^2 = \alpha n_R \sigma^2 \quad (3.9)$$

donde α es un valor que nos permita obtener con cierta probabilidad $(1 - \epsilon)$ algún punto dentro de la hipersfera. Para obtener α deberemos resolver (3.10).

$$\int_0^{\alpha n_R} \frac{\lambda^{n_R-1}}{\Gamma(n_R)} e^{-\lambda} d\lambda = 1 - \epsilon \quad (3.10)$$

siendo Γ la función Gamma. Cabe decir que aseguramos que existe un punto dentro de la hiperesfera de manera estadística, con lo cual puede que no encontremos ningún punto dentro, para permitir que este algoritmo encuentre siempre la solución óptima, cuando ocurra esto habrá que aumentar dicha probabilidad. Nosotros aumentamos dicha probabilidad cambiando el valor de ϵ : $\epsilon' = \epsilon^2$.

Se podría mejorar la elección del radio dado que nosotros sólo hacemos dicha elección en función del ruido y no del canal (\mathbf{H}), pero esto nos llevaría de nuevo a un problema *NP-HARD*.

- ¿Cómo decidir si un punto está dentro de la hiperesfera?: Este es el punto clave del algoritmo de *Sphere Decoding*, si este paso requiriera examinar todos los puntos de la celosía no tendría sentido emplear este algoritmo.

Determinar si un punto está dentro de una hiperesfera de m dimensiones es complicado, sin embargo si $m = 1$ la tarea se simplifica bastante. De manera que el *Sphere Decoding* se reduce a una búsqueda en árbol (figura 3.3) en la que en cada nivel se evalúa únicamente el buscar dentro de una hiperesfera de una dimensión.

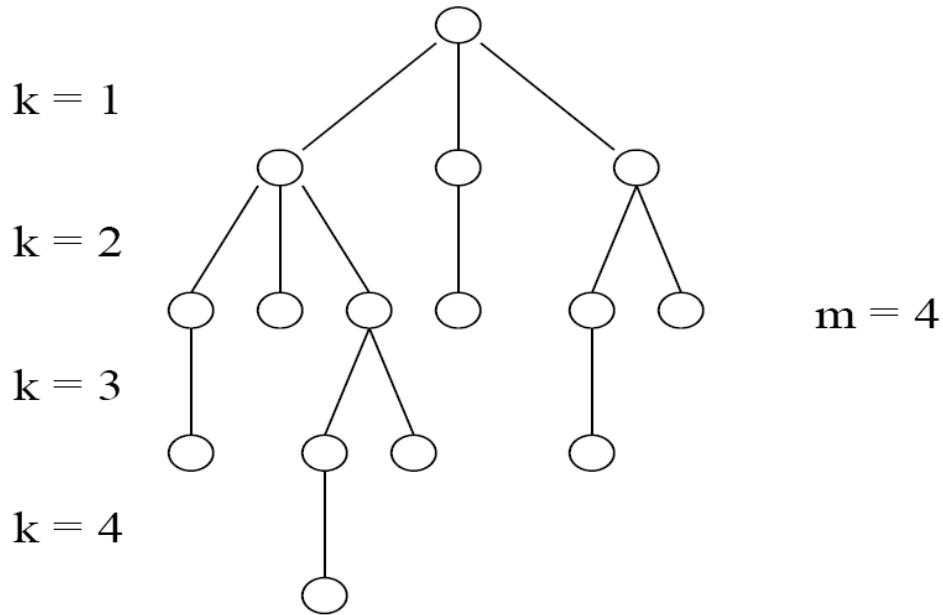


Figura 3.3: Árbol generado para la búsqueda en una hiperesfera de 4 dimensiones.

A continuación se va a detallar un poco más el problema. Para ello vamos a asumir que se tiene $n_R \geq n_T$, es decir, que hay más ecuaciones que incógnitas.

Para que un punto de la celosía $\mathbf{H}s$ esté dentro de la hiperesfera centrada en x y de radio ρ se debe cumplir (3.11)

$$\rho^2 \geq \|\mathbf{x} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|_2^2 \quad (3.11)$$

Para poder aplicar la búsqueda en árbol que se ha mencionado, se tiene que dividir el problema en sub-problemas, para ello es necesario hacer la descomposición QR [6] de la matriz del canal \mathbf{H} ,

$$\mathbf{H} = \mathbf{Q} \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0}_{(n_R - n_T) \times n_T} \end{bmatrix}$$

Donde \mathbf{R} es una matriz triangular superior de $n_T \times n_T$ y $\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2]$ es una matriz unitaria de dimensiones $n_R \times n_R$. Las matrices \mathbf{Q}_1 y \mathbf{Q}_2 son respectivamente las primeras n_T y las últimas $n_R - n_T$ columnas de \mathbf{Q} . Si aplicamos la descomposición QR a (3.11) obtenemos

$$\begin{aligned} \rho^2 \geq \|\mathbf{x} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|_2^2 &= \left\| \mathbf{x} - [\mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{s} \right\|_2^2 = \left\| \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^H \\ \mathbf{Q}_2^H \end{bmatrix} \mathbf{x} - \begin{bmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{s} \right\|_2^2 \\ &= \|\mathbf{Q}_1^H \mathbf{x} - \mathbf{R}\mathbf{s}\|_2^2 + \|\mathbf{Q}_2^H \mathbf{x}\|_2^2 \quad (3.12) \end{aligned}$$

y reordenando los términos en (3.12) se obtiene

$$\rho^2 - \|\mathbf{Q}_2^H \mathbf{x}\|_2^2 = \rho_{n_T}^2 \geq \|\mathbf{Q}_1^H \mathbf{x} - \mathbf{R}\mathbf{s}\|_2^2 = \|\mathbf{y} - \mathbf{R}\mathbf{s}\|_2^2 \quad (3.13)$$

La ecuación (3.13) se puede expandir de la siguiente manera haciendo uso de la estructura triangular de la matriz \mathbf{R}

$$\begin{aligned} \rho_{n_T}^2 &\geq \sum_{i=1}^{n_T} \left(y_i - \sum_{j=1}^{n_T} r_{ij} s_j \right)^2 = \\ &= (y_{n_T} - r_{n_T, n_T} s_{n_T})^2 + (y_{n_T-1} - r_{n_T-1, n_T} s_{n_T} - r_{n_T-1, n_T-1} s_{n_T-1})^2 + \dots \quad (3.14) \end{aligned}$$

Donde se puede ver que el primer término sólo depende de s_{n_T} el segundo de $\{s_{n_T}, s_{n_T-1}\}$ y así sucesivamente. De manera que podemos obtener una condición necesaria (pero no suficiente) para que un punto esté dentro de la hiperesfera

$$\rho_{n_T}^2 \geq (y_{n_T} - r_{n_T, n_T} s_{n_T})^2 \Rightarrow \left\lceil \frac{-\rho'_{n_T} + y_{n_T}}{r_{n_T, n_T}} \right\rceil \leq s_{n_T} \leq \left\lfloor \frac{\rho'_{n_T} + y_{n_T}}{r_{n_T, n_T}} \right\rfloor \quad (3.15)$$

Como se ha dicho tenemos una condición necesaria, de manera que para todos los puntos que satisfacen (3.15) y definiendo $\rho_{n_T-1}^2 = \rho_{n_T}^2 - (y_{n_T} - r_{n_T, n_T} s_{n_T})^2$ podemos plantear una nueva condición necesaria más estricta

$$\left\lceil \frac{-\rho'_{n_T-1} + y_{n_T-1|n_T}}{r_{n_T-1,n_T-1}} \right\rceil \leq s_{n_T-1} \leq \left\lfloor \frac{\rho'_{n_T-1} + y_{n_T-1|n_T}}{r_{n_T-1,n_T-1}} \right\rfloor \quad (3.16)$$

De manera similar podríamos encontrar condiciones suficientes para s_{n_T-2}, \dots, s_1 . A continuación vamos a formalizar el algoritmo de *Sphere decoding* para el caso real y puntos de la celosía pertenecientes al conjunto de los enteros:

1. Inicializar ϵ y ρ
2. $\mathbf{H} = \mathbf{QR}$, $\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1 \mathbf{Q}_2]$, $\mathbf{y} = \mathbf{Q}_1^H \mathbf{x}$
 - a) $k = n_T$, $\rho_{n_T}^2 = \rho^2 - \|\mathbf{Q}_2^H \mathbf{x}\|^2$
 - b) (límites para s_k), $UB(s_k) = \left\lfloor \frac{\rho'_k + y_{k|k+1}}{r_{k-1,k-1}} \right\rfloor$, $s_k = \left\lceil \frac{-\rho'_k + y_{k|k+1}}{r_{k-1,k-1}} \right\rceil - 1$
 - c) (incrementa s_k) $s_k = s_k + 1$. If $s_k \leq UB(s_k)$ go to e), else go to d)
 - d) (incrementa k) $k = k + 1$. If $k = n_T + 1$ finalizar, else go to c)
 - e) (decrementar k) If $k = 1$ go to f), else $k = k - 1$, $y_{k|k-1} = y_k + \sum_{j=k+1}^{n_T} r_{k,j} s_j$, $\rho_k^2 = \rho_{k+1}^2 - (y_{k+1} - r_{k+1,k+1} s_{k+1})^2$ y go to b)
 - f) Solución encontrada, guardar \mathbf{s} y go to c)

Con este algoritmo hemos obtenido los puntos que están dentro de la hipersfera, ahora es necesario comprobar cual de ellos satisface (3.2) y dicho punto será la solución óptima a nuestro problema. Como se ha mencionado anteriormente si no se encuentra ningún punto dentro de la hipersfera será necesario incrementar el radio (cambiando el ϵ).

Una manera de evitar este último paso es cada vez que se llega al punto f) del algoritmo se actualiza el radio y nos quedamos con esta última solución, desechando las anteriores. Este método, que se conoce como *radius update*, además disminuye la complejidad computacional del algoritmo dado que hay que evaluar menos puntos de la celosía debido a la reducción del radio.

Como se ha mencionado la complejidad computacional del *Sphere decoding* puede llegar a ser la del algoritmo de fuerza bruta. Dado que dicha complejidad depende del ruido y del canal, y dado que ambos son variables aleatorias, la complejidad también será una variable aleatoria, de manera que hablaremos de complejidad media. En [15] se demuestra que la complejidad media del algoritmo es del orden $O(n_T^3)$, aunque depende del tipo de modulación, de la SNR, del canal.

A continuación se expone la generalización al caso complejo, para ello creamos un sistema equivalente pero de variables reales

$$\mathbf{x}^c = \mathbf{H}^c \mathbf{s}^c + \mathbf{n}^c \Rightarrow \mathbf{x}^r = \mathbf{H}^r \mathbf{s}^r + \mathbf{n}^r$$

donde el superíndice c indica complejo y el superíndice r real. Para pasar del sistema complejo al sistema real se demuestra que hay que aplicar:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}^r &= [\Re(\mathbf{x}^c)^T \quad \Im(\mathbf{x}^c)^T]^T & \mathbf{s}^r &= [\Re(\mathbf{s}^c)^T \quad \Im(\mathbf{s}^c)^T]^T \\ \mathbf{H}^r &= \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{H}^c) & \Im(\mathbf{H}^c) \\ -\Im(\mathbf{H}^c) & \Re(\mathbf{H}^c) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

De la ecuación anterior se puede deducir que $n_T^r = 2n_T^c$. Para modulaciones PSK es necesario cambiar el punto c) del algoritmo ya que los puntos de esa constelación no se pueden generar según esa fórmula.

Cabe mencionar que el *sphere decoding* encuentra aplicación en criptografía, también se puede aplicar a canales SISO selectivos en frecuencia y es posible combinarlo con el algoritmo de Viterbi [16].

Capítulo 4

Detección regularizada en sistemas VBLAST

En este capítulo se presenta el nuevo detector desarrollado [17]. Este detector hace uso de la propiedad de módulo constante de las modulaciones PSK para penalizar la función de coste (3.2), omitiendo la restricción de pertenecer a una celosía finita. En primer lugar vamos a hacer una pequeña introducción a la teoría de la regularización y de las SVM. Tras ésto se presenta el nuevo detector y por último presentamos los resultados de simulación.

4.1. Introducción a la teoría de la regularización y de las SVM

La idea principal de la regularización es la de intentar restringir las posibles soluciones que minimizan una función de coste, es decir, se minimiza una función de coste modificada que tiene en cuenta dichas restricciones:

$$J_{reg}(\mathbf{s}) = J(\mathbf{s}) + C\Omega(\mathbf{s}) \quad (4.1)$$

donde C es la conocida constante de regularización. De manera que la función que se minimiza es un compromiso entre la función de coste original y la restricción a dicha solución, dicho compromiso viene determinado por el valor de C .

La teoría de la regularización es ampliamente conocida en el mundo del aprendizaje máquina, debido a que permite obtener funciones que realizan una mejor generalización debido fundamentalmente a que se fuerza la suavidad de dichas funciones. Una técnica del aprendizaje máquina ampliamente extendida y que hace uso de la regularización es el método de los vectores soporte, dicho método es un método general para la resolución de problemas de clasificación, regresión y estimación que fue propuesto por V. Vapnik en 1964 en problemas de reconocimiento de patrones. En los años 90 el método fue generalizado y en la actualidad

es objeto de un gran interés. A continuación se hace una introducción un poco más detallada a las SVM para regresión, dado que es la herramienta que necesitaremos.

4.1.1. SVM para regresión

El problema de regresión o de aproximación funcional consiste en ajustar una curva dado únicamente un conjunto de puntos (patrones entrada-salida) de dicha curva. Una diferencia con la interpolación es que la curva no tiene porque pasar exactamente por dichos puntos.

Para emplear las SVM para regresión es necesario emplear la función de pérdidas de Vapnik o alguna modificación. En la figura 4.1 se muestra la función de pérdidas de Vapnik (Caso lineal) y una modificación cuadrática.

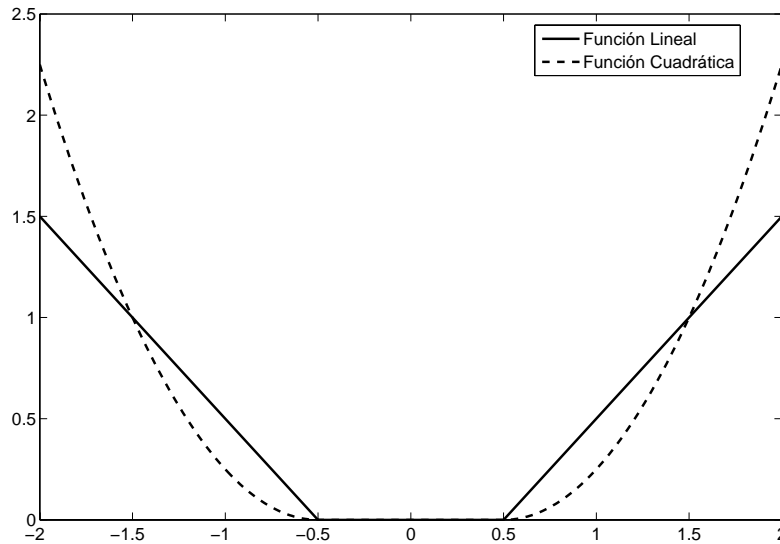


Figura 4.1: Funciones de pérdidas

Las ecuaciones correspondientes a dichas funciones de pérdidas son:

$$L_{\epsilon}^i(x) = \begin{cases} 0 & , \text{si } |x| < \epsilon \\ (x - \epsilon)^i & , \text{si no} \end{cases}$$

donde $i = 1$ corresponde al caso lineal¹ e $i = 2$ al caso cuadrático. Con lo cual el problema de regresión lineal mediante SVM se puede plantear de la siguiente manera: dado el conjunto de patrones $(\mathbf{x}_1, y_1), (\mathbf{x}_2, y_2), \dots, (\mathbf{x}_N, y_N)$ minimizar el riesgo empírico definido por la siguiente ecuación. Siendo \mathbf{x}_i un vector n -dimensional e y_i un escalar.

¹A partir de ahora si se omite el superíndice, asumiremos que $i = 1$.

$$R_{emp}^{\epsilon}(\mathbf{w}) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N L_{\epsilon}(y_k - f(\mathbf{x}_k))$$

donde $f(\mathbf{x}_k)$ para una regresión lineal² viene dado por $f(\mathbf{x}_k) = \langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_k \rangle + b$, siendo $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle$ el producto escalar de los vectores \mathbf{x} e \mathbf{y} . Realmente minimizar el riesgo empírico no nos daría la solución de la SVM, debemos minimizar el riesgo empírico regularizado, de manera que se fuerza a que la solución sea suave, es decir, que habrá que resolver el siguiente problema

$$\underset{\mathbf{w}}{\text{minimizar}} \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|_2^2 + C \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N L_{\epsilon}(y_k - f(\mathbf{x}_k))$$

Este problema es equivalente a

$$\underset{\mathbf{w}}{\text{minimizar}} \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|_2^2 + C \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\xi_k + \tilde{\xi}_k)$$

sujeto a las siguientes restricciones (para $i = 1 \dots N$)

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_i \rangle + b - y_i &\leq \epsilon + \xi_i \\ y_i - (\langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_i \rangle + b) &\leq \epsilon + \tilde{\xi}_i \\ \xi_i, \tilde{\xi}_i &\geq 0 \end{aligned}$$

Se puede demostrar haciendo uso de la teoría de optimización de funciones multivariable con restricciones que la solución que minimiza nuestro problema viene dada por la solución de un problema de programación cuadrática (*quadratic programming* o *QP problem*) y es³:

$$\mathbf{w} = \sum_{k=1}^N (\tilde{\alpha}_k - \alpha_k) \mathbf{x}_k \text{ de manera que } f(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^N (\tilde{\alpha}_k - \alpha_k) \langle \mathbf{x}, \mathbf{x}_k \rangle + b$$

Donde $\alpha_k, \tilde{\alpha}_k$ son los multiplicadores de Lagrange originados por el problema de optimización. Hay que darse cuenta que el algoritmo únicamente está compuesto por productos internos, de manera, que se puede extender a una versión no lineal haciendo uso del *kernel trick*. El *kernel trick* establece que se puede evaluar el producto en un espacio vectorial de mayor dimension (*feature space*) mediante un *kernel*, dicho *kernel* no es mas que una función que debe satisfacer unas determinadas condiciones, las condiciones de Mercer.

Con esta pequeña introducción que se ha hecho a la teoría de la regularización y a las maquinas de vectores soporte vamos a ser capaces de desarrollar un nuevo detector MIMO para sistemas VBLAST.

²Realmente es un caso afín debido al término de *bias*: b .

³No se hace la demostración, ya que se va a realizar para nuestro problema de detección MIMO.

4.2. Detector para sistemas MIMO basado en regularización

En esta sección se va a presentar el nuevo detector desarrollado para sistemas VBLAST. Tal y como se ha dicho antes este detector aprovecha información sobre la constelación, en particular, la propiedad de módulo constante, es decir, $|s_i| = 1$ o $|s_i|^2 = 1$. Se ha elegido la segunda opción ya que es más tratable matemáticamente. Con lo cual nuestro problema es el siguiente:

$$\underset{\mathbf{s}}{\text{minimizar}} \quad \frac{1}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|_2^2 + C \sum_{i=1}^{n_T} (\xi_i + \tilde{\xi}_i) \quad (4.2)$$

Sujeto a las siguientes restricciones:

$$1 - |s_i|^2 \leq \epsilon + \xi_i \quad (4.3a)$$

$$|s_i|^2 - 1 \leq \epsilon + \tilde{\xi}_i \quad (4.3b)$$

$$\xi_i, \tilde{\xi}_i \geq 0 \quad (4.3c)$$

Donde se ha elegido la función de pérdidas de Vapnik lineal. Dado que las restricciones son cuadráticas nuestro problema no es convexo, de manera que vamos a tener que emplear una técnica iterativa para su resolución.

Como se verá en el siguiente apartado si se realiza una aproximación sobre las restricciones se puede obtener un problema de programación cuadrática en cada iteración, de ahí el nombre de programación cuadrática iterativa y ponderada (*iterative reweighted quadratic programming* o IRWQP) [18]. Debido fundamentalmente a que el gasto computacional del problema QP es alto, y más para el IRWQP, se optó por minimizar el problema mediante aplicando una técnica de mínimos cuadrados iterativos y ponderados (*iterative reweighted least squares* o IRWLS) [19, 20], para lo cual también es necesario realizar la misma aproximación en las restricciones. Además cuando empleamos IRWLS generalizamos al caso complejo y a funciones de pérdidas no lineales.

4.2.1. Solución mediante IRWQP

En primer lugar vamos a reformular (4.2)

$$\begin{aligned} \underset{\mathbf{s}}{\text{mín}} \quad & \frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mathbf{H}\mathbf{s})^T (\mathbf{x} - \mathbf{H}\mathbf{s}) + C \sum_{i=1}^{n_T} (\xi_i + \tilde{\xi}_i) = \\ & \underset{\mathbf{s}}{\text{mín}} \quad \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{s} - \mathbf{s}^T \mathbf{H}^T \mathbf{x} + \|\mathbf{x}\|_2^2 + C \sum_{i=1}^{n_T} (\xi_i + \tilde{\xi}_i) \quad (4.4) \end{aligned}$$

sujeto a las mismas restricciones (4.3). Como se ha dicho antes va a ser necesario emplear un método iterativo para resolver el problema. De manera que vamos a descomponer $|s_i|^2 = 1$ de la siguiente manera $|s_i|^2 \approx s_i^{k-1} s_i^k = 1$, donde s_i^k es el símbolo i -ésimo en la iteración k -ésima, el cual buscamos, y s_i^{k-1} es el símbolo i -ésimo en la iteración $k - 1$ -ésima que asumimos conocido. Entonces aplicando ésto, nuestro problema es

$$\min_{\mathbf{s}^k} \frac{1}{2} \left(\mathbf{s}^k \right)^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{s}^k - \left(\mathbf{s}^k \right)^T \mathbf{H}^T \mathbf{x} + \|\mathbf{x}\|_2^2 + C \sum_{i=1}^{n_T} (\xi_i + \tilde{\xi}_i) \quad (4.5)$$

sujeto a las siguientes restricciones:

$$1 - s_i^{k-1} s_i^k \leq \epsilon + \xi_i \quad (4.6a)$$

$$s_i^{k-1} s_i^k - 1 \leq \epsilon + \tilde{\xi}_i \quad (4.6b)$$

$$\xi_i, \tilde{\xi}_i \geq 0 \quad (4.6c)$$

Este problema se resuelve por el método de multiplicadores de Lagrange, para ello es necesario crear el problema dual

$$\begin{aligned} L = \frac{1}{2} \left(\mathbf{s}^k \right)^T \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{s}^k - \mathbf{x}^T \mathbf{H}^T \mathbf{s}^k + \|\mathbf{x}\|_2^2 + C \sum_{i=1}^{n_T} (\xi_i + \tilde{\xi}_i) - \sum_{i=1}^{n_T} (r_i \xi_i + \tilde{r}_i \tilde{\xi}_i) \\ - \sum_{i=1}^{n_T} \alpha_i \left[s_i^{k-1} s_i^k - 1 + \epsilon + \xi_i \right] - \sum_i \tilde{\alpha}_i \left[1 - s_i^{k-1} s_i^k + \epsilon + \tilde{\xi}_i \right] \end{aligned} \quad (4.7)$$

donde las variables duales o multiplicadores de Lagrange (α_i , $\tilde{\alpha}_i$, r_i y \tilde{r}_i) deben ser no negativos. En primer lugar se minimiza respecto a \mathbf{s}^k :

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{s}^k} = \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{s}^k - \mathbf{H}^T \mathbf{s}^k + \sum_{i=1}^{n_T} (\alpha_i - \tilde{\alpha}_i) s_i^{k-1} = \mathbf{0}$$

Expresando el sumatorio de forma matricial

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{s}^k} = \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{s}^k - \mathbf{H}^T \mathbf{s}^k + \mathbf{S}^{k-1} (\boldsymbol{\alpha} - \tilde{\boldsymbol{\alpha}}) = \mathbf{0}$$

donde $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_{n_T})^T$, $\tilde{\boldsymbol{\alpha}} = (\tilde{\alpha}_1, \dots, \tilde{\alpha}_{n_T})^T$ y $\mathbf{S}^{k-1} = \text{diag} [s_i^{k-1}]$, es decir,

$$\mathbf{S}^{k-1} = \begin{bmatrix} s_1^{k-1} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & s_{n_T}^{k-1} \end{bmatrix}$$

Si despejamos de la ecuación anterior se obtiene

$$\mathbf{s}^k = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{x} + (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{S}^{k-1} (\tilde{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\alpha}) = \mathbf{s}_{LS} + (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{S}^{k-1} (\tilde{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\alpha}) \quad (4.8)$$

Ahora es necesario minimizar respecto a ξ_i y $\tilde{\xi}_i$:

$$\frac{\partial L}{\partial \xi_i} = C - r_i - \alpha_i = 0 \Rightarrow r_i = C - \alpha_i \quad (4.9a)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \tilde{\xi}_i} = C - \tilde{r}_i - \tilde{\alpha}_i = 0 \Rightarrow \tilde{r}_i = C - \tilde{\alpha}_i \quad (4.9b)$$

Sustituyendo (4.9) y (4.8) en (4.7) obtenemos el problema dual de optimización. Dicho problema dual será:

$$\begin{aligned} \underset{\boldsymbol{\alpha}, \tilde{\boldsymbol{\alpha}}}{\text{maximizar}} W(\boldsymbol{\alpha}, \tilde{\boldsymbol{\alpha}}) = \\ \underset{\boldsymbol{\alpha}, \tilde{\boldsymbol{\alpha}}}{\text{maximizar}} -\frac{1}{2} (\tilde{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\alpha})^T \mathbf{S}^{k-1} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{S}^{k-1} (\tilde{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\alpha}) + \\ \sum_{i=1}^{n_T} (\tilde{\alpha}_i - \alpha_i) - \epsilon \sum_{i=1}^{n_T} (\tilde{\alpha}_i + \alpha_i) - \mathbf{s}_{LS}^T \mathbf{S}^{k-1} (\tilde{\boldsymbol{\alpha}} - \boldsymbol{\alpha}) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Si comparamos (4.10) con el problema dual obtenido para una SVM en regresión se puede observar la similitud, ambos son problemas de programación cuadrática, como además nuestra técnica es iterativa recibe el nombre de IRWQP. Si analizamos ambos problemas duales y comparamos los términos obtenidos con los términos del problema QP para SVM en regresión [3] se puede ver que

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \mathbf{S}^{k-1} (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{S}^{k-1} \\ \mathbf{y} &= 1 - \mathbf{s}_{LS}^T \mathbf{S}^{k-1} \end{aligned}$$

donde \mathbf{K} es la matriz de *kernel* del problema de SVM y donde cada componente de \mathbf{y} es la salida deseada para cada entrada.

Dado que empleamos un método iterativo, para mejorar la convergencia suavizamos la solución, es decir

$$\mathbf{s}^k = \lambda \mathbf{s}^{k-1} + (1 - \lambda) \mathbf{s}^*$$

donde λ es el parámetro de suavizado (o *smoothing*) y \mathbf{s}^* es la solución del problema QP de la iteración k -ésima, dicha solución vendrá dada al sustituir $\boldsymbol{\alpha}$ y $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}$ que son solución de (4.10) en (4.8).

Por otro lado hay que elegir un punto inicial de nuestro algoritmo. Se podría elegir de manera aleatoria, pero una mejor opción será emplear información que tenemos, de manera que el punto inicial será el estimador LS sin restricciones (ecuación (3.3)) o el estimador MMSE (ecuación (3.7)).

4.2.2. Solución mediante IRWLS

Como ya se ha mencionado anteriormente mediante el IRWLS, además de encontrar la solución al problema de una manera menos costosa computacionalmente, vamos a generalizar al caso complejo y a funciones de pérdidas no lineales, aunque también con el IRWQP es posible. En primer lugar vamos a reformular el problema para poder aplicar el IRWLS:

$$J(\mathbf{s}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|_2^2 + C \sum_{i=1}^{n_T} L_\epsilon^m(u_i) \quad (4.12)$$

donde m indica el tipo de función de pérdidas y

$$u_i = |e_i|$$

$$e_i = 1 - |s_i|^2$$

Al igual que para obtener la solución IRWQP fue necesario reescribir las restricciones, también habrá que hacerlo para obtener la solución IRWLS. Para poder aplicar el método IRWLS a nuestra función de coste debemos realizar un desarrollo en serie de Taylor de orden 1 de la función de pérdidas L_ϵ^m alrededor de u_i^{k-1} , para lo cual tenemos que modificar $e_i^k = 1 - (s_i^{k-1})^* s_i$ y $u_i^k = |e_i^k|$:

$$J'(\mathbf{s}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|_2^2 + C \sum_{i=1}^{n_T} \left[L_\epsilon^m(u_i^{k-1}) + \frac{dL_\epsilon^m(u_i)}{du_i} \Big|_{u_i^{k-1}} (u_i - u_i^{k-1}) \right] \quad (4.14)$$

Donde se ha omitido el superíndice k por simplicidad notacional. Ahora es necesario formar una aproximación cuadrática de (4.14)

$$J''(\mathbf{s}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|_2^2 + C \sum_{i=1}^{n_T} \left[L_\epsilon^m(u_i^{k-1}) + \frac{dL_\epsilon^m(u_i)}{du_i} \Big|_{u_i^{k-1}} \frac{(u_i)^2 - (u_i^{k-1})^2}{2u_i^{k-1}} \right] =$$

$$\frac{1}{2} (\mathbf{s}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{s} - \mathbf{s}^H \mathbf{H}^H \mathbf{x} - \mathbf{x}^H \mathbf{H} \mathbf{s}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_T} (a_i u_i^2) + \text{CTE} =$$

$$\frac{1}{2} (\mathbf{s}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{s} - \mathbf{s}^H \mathbf{H}^H \mathbf{x} - \mathbf{x}^H \mathbf{H} \mathbf{s}) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_T} (a_i e_i^* e_i) + \text{CTE} \quad (4.15)$$

donde CTE es un término que agrupa a todos los términos no dependientes de \mathbf{s} y los a_i vienen dados por:

$$a_i = \frac{C}{u_i^{k-1}} \left. \frac{dL_\epsilon^m(u_i)}{du_i} \right|_{u_i^{k-1}} = \begin{cases} 0, & \text{si } u_i \leq \epsilon \\ \frac{C}{u_i^{k-1}}, & \text{si } u_i > \epsilon \end{cases} \quad (4.16a)$$

$$\begin{cases} 0, & \text{si } u_i \leq \epsilon \\ \frac{2C(u_i - \epsilon)}{u_i^{k-1}}, & \text{si } u_i > \epsilon \end{cases} \quad (4.16b)$$

donde habrá que emplear la ecuación (4.16a) si la función de pérdidas es lineal y la ecuación (4.16b) si es cuadrática. A continuación vamos a derivar (4.15) respecto a \mathbf{s}^H e igualarlo a $\mathbf{0}$ para obtener el mínimo de la función de coste⁴.

$$\begin{aligned} \frac{\partial J''}{\partial \mathbf{s}^H} &= \nabla_{\mathbf{s}} J''(\mathbf{s}) = \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{s} - \mathbf{H}^H \mathbf{x} + 2 \sum_{i=1}^{n_T} \left(a_i e_i \frac{\partial e_i^*}{\partial s_i^*} \right) = \\ &= \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{s} - \mathbf{H}^H \mathbf{x} + 2 \sum_{i=1}^{n_T} \left(a_i e_i (-s_i^{k-1}) \right) = \\ &= \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{s} - \mathbf{H}^H \mathbf{x} + 2 \sum_{i=1}^{n_T} \left(a_i \left(1 - (s_i^{k-1})^* s_i \right) (-s_i^{k-1}) \right) = \\ &= \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{s} - \mathbf{H}^H \mathbf{x} + 2 \sum_{i=1}^{n_T} \left(a_i \left(-s_i^{k-1} + |s_i^{k-1}|^2 s_i \right) \right) = \mathbf{0} \end{aligned}$$

Si reescribimos la ecuación anterior de forma matricial y reordenamos términos, obtenemos el siguiente sistema lineal de ecuaciones:

$$\left[\mathbf{H}^H \mathbf{H} + 2\mathbf{D}_a \mathbf{D}_{|s^{k-1}|^2} \right] \mathbf{s} = \mathbf{H}^H \mathbf{x} + 2\mathbf{D}_a \mathbf{s}^{k-1} \quad (4.17)$$

De manera que la solución al problema en cada iteración viene dada por la solución del sistema lineal de ecuaciones (4.17) y es

$$\mathbf{s}^* = \left[\mathbf{H}^H \mathbf{H} + 2\mathbf{D}_a \mathbf{D}_{|s^{k-1}|^2} \right]^{-1} \left[\mathbf{H}^H \mathbf{x} + 2\mathbf{D}_a \mathbf{s}^{k-1} \right] \quad (4.18)$$

Al igual que para la resolución mediante IRWQP será necesario suavizar la solución y emplear una solución inicial dada por la solución LS o MMSE.

⁴Ésto es equivalente a tomar el gradiente de (4.15).

4.2.3. Criterio de convergencia

Dado que empleamos un método iterativo para la resolución de nuestro problema va a ser necesario decidir cuando se ha alcanzado la solución que minimiza la función de coste, es decir, un criterio de convergencia. Podemos decir que el algoritmo ha alcanzado la solución cuando dicha solución no cambia casi nada de una iteración a otra. Aquí se plantean dos problemas. Por una parte hay que cuantificar la idea de que no cambia casi nada y segundo como medir dicho cambio.

Nosotros empleamos el error medio en el módulo (*Average Modulus Error* o AME), haciendo una vez más uso de la propiedad de módulo constante de las constelaciones PSK. El AME está definido de la siguiente manera:

$$AME(k) = \sqrt{\frac{1}{n_T} \sum_{i=1}^{n_T} (|s_i^k| - 1)^2} \quad (4.19)$$

Y nuestro algoritmo finalizará cuando se cumpla el criterio de convergencia que será el siguiente⁵:

$$|AME(k) - AME(k-1)| \leq \delta \quad (4.20)$$

donde δ será un valor próximo a 0 y positivo.

Por otro lado se evaluó la posibilidad de emplear la función de coste (4.12) para ver la evolución de la convergencia, pero al final debido a su mejor comportamiento se optó por usar el AME.

4.2.4. Descripción del algoritmo propuesto

Con todo lo mencionado en los apartados anteriores, el algoritmo resultante para la detección de señales de módulo constante en sistemas VBLAST basado en técnicas de regularización es el siguiente:

1. Inicializar C , ϵ , δ y λ .
2. Elegir la función de pérdidas (Sólo IRWLS).
3. Obtener la solución inicial: $\mathbf{s}^0 = \mathbf{s}_{\text{MMSE}}$ o $\mathbf{s}^0 = \mathbf{s}_{\text{LS}}$.
4. WHILE Criterio de convergencia falso
 - a)
 - **Resolución mediante IRWQP:** Calcular \mathbf{S}^{k-1} , \mathbf{K} e \mathbf{y} , resolver (4.10) y sustituir α y $\tilde{\alpha}$ en (4.8) para obtener \mathbf{s}^* .
 - **Resolución mediante IRWLS:** Calcular \mathbf{D}_a y $\mathbf{D}_{|\mathbf{s}^{k-1}|^2}$ y obtener \mathbf{s}^* resolviendo (4.18).
 - b) $\mathbf{s}^k = \lambda \mathbf{s}^{k-1} + (1 - \lambda) \mathbf{s}^*$.

⁵Para evitar bucles infinitos también se limita por un n° máximo de iteraciones.

c) Comprobar el criterio de convergencia: $|AME(k) - AME(k-1)| \leq \delta$.

5. $\hat{s} = Q[s^k]$.

Para finalizar podemos decir que la complejidad del algoritmo es $O(n_T^3)$ para el caso IRWLS, ya que en cada iteración debemos realizar la inversión de una matriz de dimensiones $n_T \times n_T$. Aunque cabe decir que ésto habrá que hacerlo un número de veces, dado por el número de iteraciones necesario para alcanzar la convergencia, de manera que su complejidad computacional, a pesar de ser $O(n_T^3)$ será superior a todos los métodos expuestos en el Capítulo 3 a excepción del SD.

4.3. Resultados

En esta sección vamos a presentar los resultados obtenidos mediante simulaciones.

Comenzaremos por comparar los métodos que emplean *Null and Cancelling*. Como se demostrará el emplear *Null and Cancelling* con ordenado óptimo presenta unas prestaciones bastante superiores a las opciones sin *Null and Cancelling* y con *Null and Cancelling* pero sin ordenado óptimo. A continuación se comparará el método propuesto con el detector ML y diversos detectores subóptimos presentados en el Capítulo 3. Por último se presentan resultados de la convergencia del IRWLS y además se muestran las regiones de decisión de los diferentes métodos.

4.3.1. Comparación entre métodos con *Null and Cancelling*

A continuación se muestran unas gráficas de la probabilidad de error de bit (*Bit Error Rate* o BER) y de la complejidad computacional de los diferentes métodos, medido como el tiempo de CPU empleado⁶.

En primer lugar vamos a realizar la comparación entre el LS, el LS con *Null and Cancelling* (etiquetado como LS-NC) y el LS con *Null and Cancelling* y ordenado óptimo (etiquetado como LS-NC-OO) en función del cociente E_b/N_0 total del sistema (figura 4.2), para cada antenna transmisora habrá que dividir entre el número de antenas. La modulación empleada es una *Quadrature Phase Shift Keying* o QPSK. Como se indicó anteriormente el modelo de canal empleado es Rayleigh.

Como se puede observar la mejora en BER del LS con *Null and Cancelling* y ordenado óptimo respecto a los otros dos métodos presentado en la figura es considerable, además como se mostrará posteriormente este método no incrementa la complejidad prácticamente nada respecto al método sin ordenado óptimo y la incrementa relativamente poco respecto al método sin *Null and Cancelling*.

⁶Este tiempo medido no es correcto ya que el MATLAB no está usando todo el rato la CPU, hay cambios de contexto. Debido a lo que se ha dicho no nos tenemos que fijar en valores absolutos de dichos tiempos, sino mas bien hacer una comparación entre ellos.

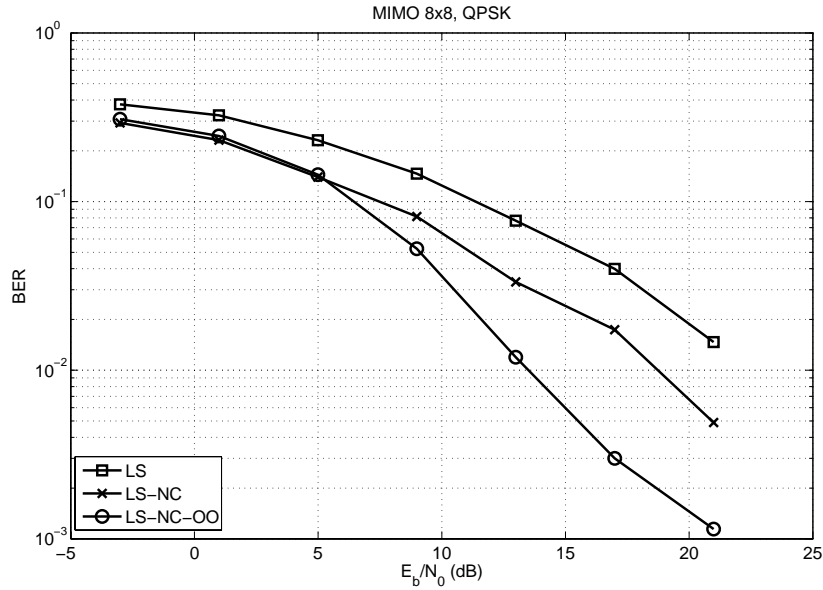


Figura 4.2: Comparación entre diferentes detectores basados en LS.

En la figura 4.3 se muestra la misma comparación que en el caso anterior salvo que ahora se emplea el MMSE. Las conclusiones que se pueden sacar son las mismas que para el caso en que se emplea LS. También se puede observar comparando las figuras 4.2 y 4.3 que los métodos basados en MMSE presentan mejores características que los basados en LS.

Para ambos casos, LS y MMSE, se puede ver que para un E_b/N_0 bajo, las tres alternativas presentan similares prestaciones, sin embargo a medida que aumenta la E_b/N_0 el emplear *Null and Cancelling* empieza a mejorar las prestaciones y si además usamos ordenado óptimo mejoran todavía más. Ésto es así debido a que empleando *Null and Cancelling* disminuye las interferencias de manera que los símbolos son más fácilmente detectable, además como ya se indicó anteriormente, al emplear ordenado óptimo disminuye la propagación de errores.

Para finalizar esta comparación vamos a mostrar la complejidad computacional de las tres alternativas que hemos analizado. Como ya se ha indicado esta comparación entre la complejidad computacional de los métodos se realiza mediante el tiempo de ejecución.

Como se puede observar en la figura 4.4 la complejidad computacional del método sin *Null and Cancelling* es inferior a la de los métodos con *Null and Cancelling*. También se puede observar que las dos alternativas con *Null and Cancelling* presentan una complejidad computacional similar, siendo ligeramente superior para la alternativa con ordenado óptimo, sin embargo su mejora en prestaciones respecto a no hacer ordenado óptimo merece la pena incrementar la complejidad.

Tal y como se indicó en el apartado en el que se analizaban los métodos con

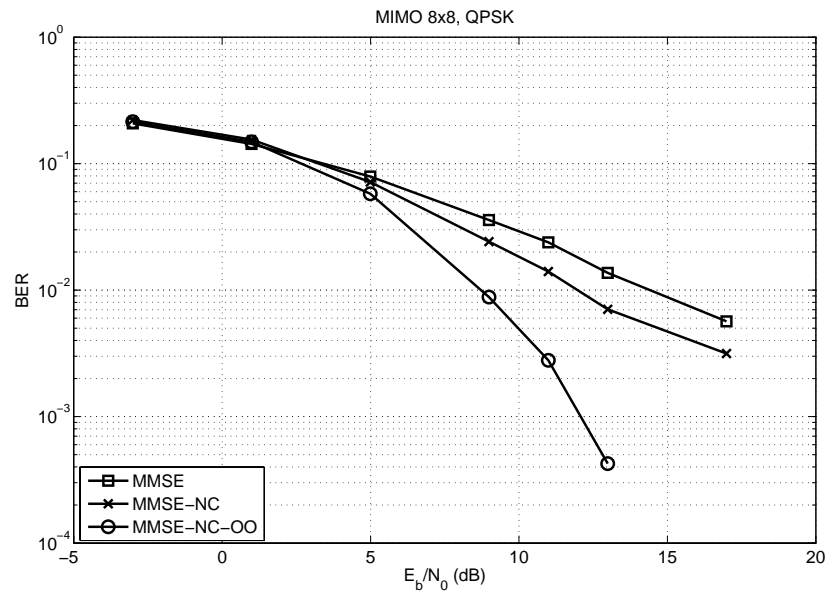


Figura 4.3: Comparación entre diferentes detectores basados en MMSE.

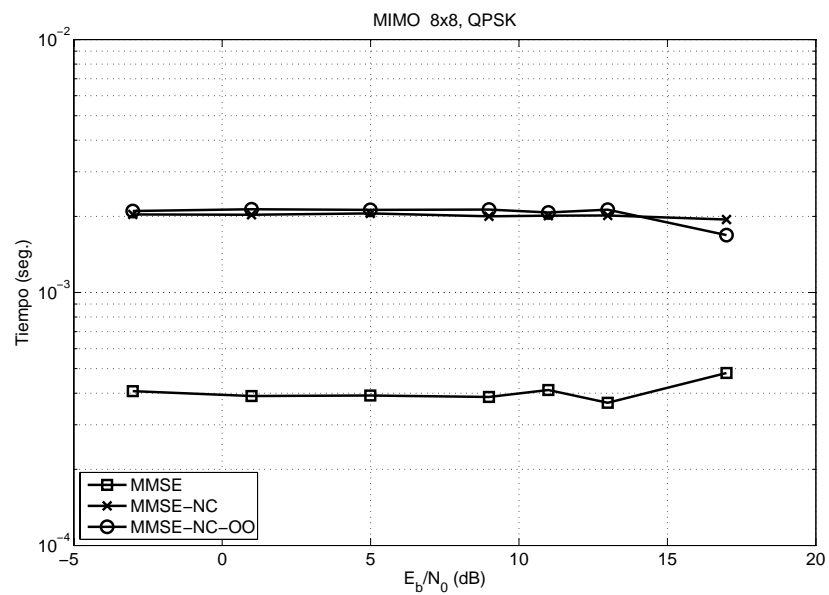


Figura 4.4: Tiempo de ejecución de los diferentes detectores basados en MMSE.

Null and Cancelling existe una variante [13] que permite obtener una complejidad del orden de las alternativas sin *Null and Cancelling*.

Para concluir podemos decir que la complejidad es independiente de la E_b/N_0 , aunque en la gráfica hay una pequeña variación, ésta se debe al método que se ha empleado para medirla.

4.3.2. Comparación con el método propuesto

A continuación vamos a comparar el método propuesto (etiquetado como Técnica Propuesta) con el detector óptimo (ML) y algunos de los detectores que se han presentado en el Capítulo 3.

En la figura 4.5 se ve la comparación para una modulación 8-PSK y un sistema con 15 antenas transmisoras y 15 antenas receptoras. Para el método de detección regularizada se emplearon los parámetros que aparecen en la tabla 4.1 y además se optó solucionar el problema mediante el IRWLS debido principalmente a su coste computacional menor.

C	7
ϵ	0.001
λ	0.5
δ	10^{-5}
\mathbf{s}^0	\mathbf{s}_{MMSE}
Función de pérdidas	Cuadrática

Tabla 4.1: Parámetros empleados

Es interesante observar que nuestro método tiene mejores prestaciones que el MMSE con *Null and Cancelling* y ordenado óptimo para SNR bajas y medias, aunque a medida que se incrementa la SNR el MMSE con *Null and Cancelling* y ordenado óptimo mejora bastante sus prestaciones, pero cabe decir que el rango de SNR en el que sucede esto es relativamente alto, algo que no suele ocurrir en sistemas vía radio.

En la figura 4.6 se muestra la complejidad computacional de los métodos comparados, dado que los métodos basados en LS y MMSE presentan la misma complejidad, se han dibujado conjuntamente. Por otro lado se puede ver cómo la complejidad del ML disminuye al aumentar la SNR, esto es así debido a que se ha empleado el SD para obtener la solución ML, además se puede ver que incluso usando el SD la complejidad computacional es elevada.

En las figuras 4.7 y 4.8 se presentan para un sistema MIMO 45x45 los mismos resultados que para el caso del sistema MIMO 15x15 con la salvedad de que no se compara con el detector ML. Esto es debido a que ni empleando el SD se puede realizar la detección en un tiempo razonable en la zona de SNR empleada.

Se puede ver en las gráficas de BER que el método propuesto tiene una mejora

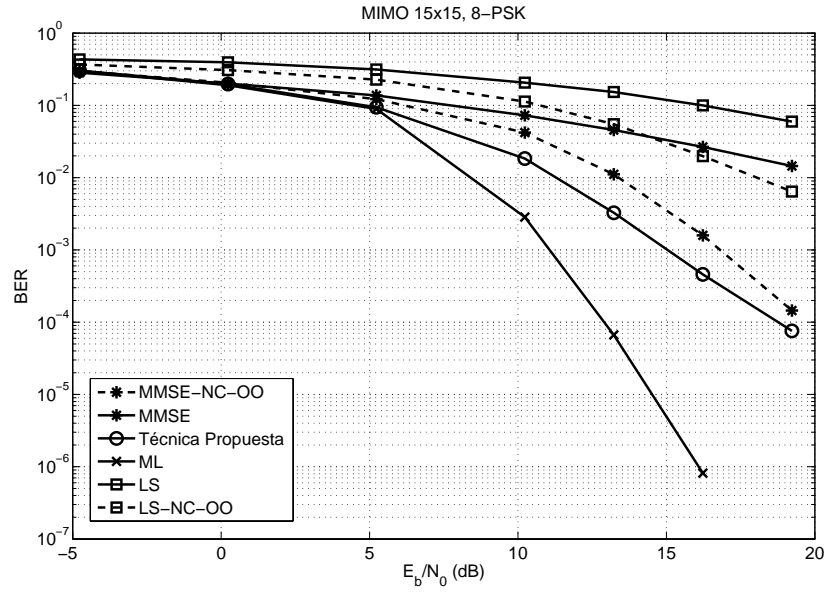


Figura 4.5: Comparación entre los diferentes detectores estudiados para un sistema MIMO 15x15.

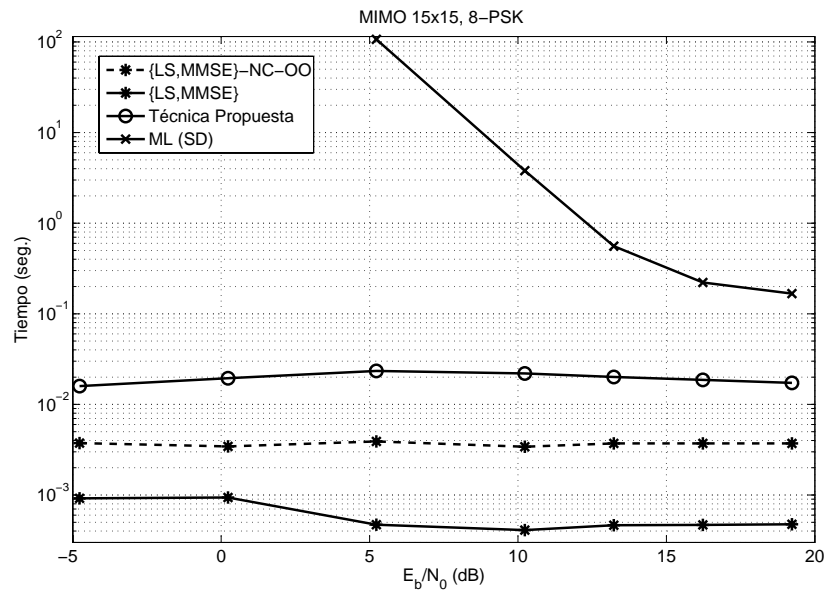


Figura 4.6: Tiempo de ejecución de los diferentes detectores estudiados para un sistema MIMO 15x15.

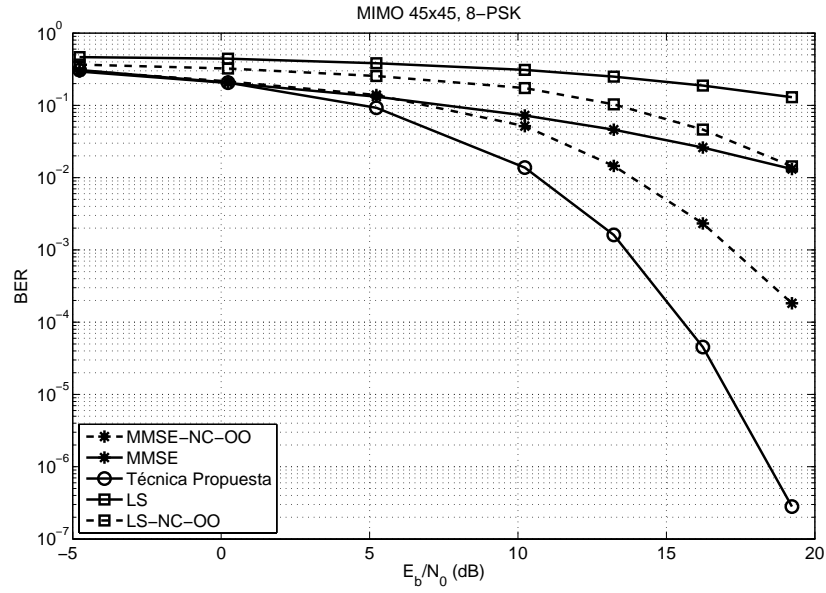


Figura 4.7: Comparación entre los diferentes detectores estudiados para un sistema MIMO 45x45.

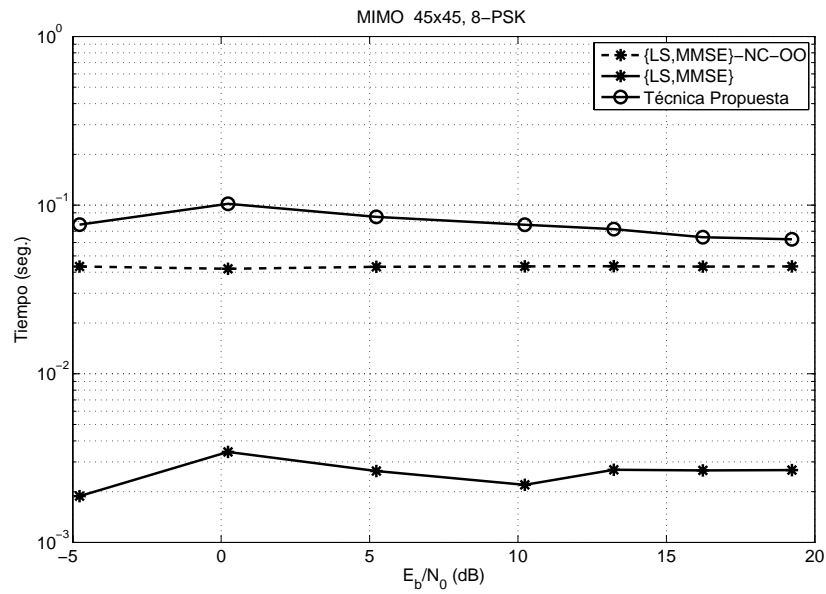


Figura 4.8: Tiempo de ejecución de los diferentes detectores estudiados para un sistema MIMO 45x45.

de 2 y 4 dB en E_b/N_0 respecto al MMSE con *Null and Cancelling* y ordenado óptimo para los sistemas de 15x15 y 45x45, respectivamente. Se pudo observar mediante diferentes simulaciones que el MMSE con *Null and Cancelling* y ordenado óptimo reduce sus prestaciones en comparación con el método propuesto al aumentar el número de antenas transmisoras. Ésto puede ser debido a que al tener más antenas transmisoras hay que cancelar más símbolos, con lo cual será más probable equivocarse. Si ésto ocurre es lógico que la BER empeore dado que si nos equivocamos en 1 símbolo al cancelar su contribución es muy probable que nos equivoquemos en más. En la figura 4.9 vemos una comparación del MMSE, el MMSE con *Null and Cancelling* y ordenado óptimo, la técnica propuesta y el ML para una E_b/N_0 total fija y variando el número de antenas transmisoras y receptoras ($n_R = n_T$).

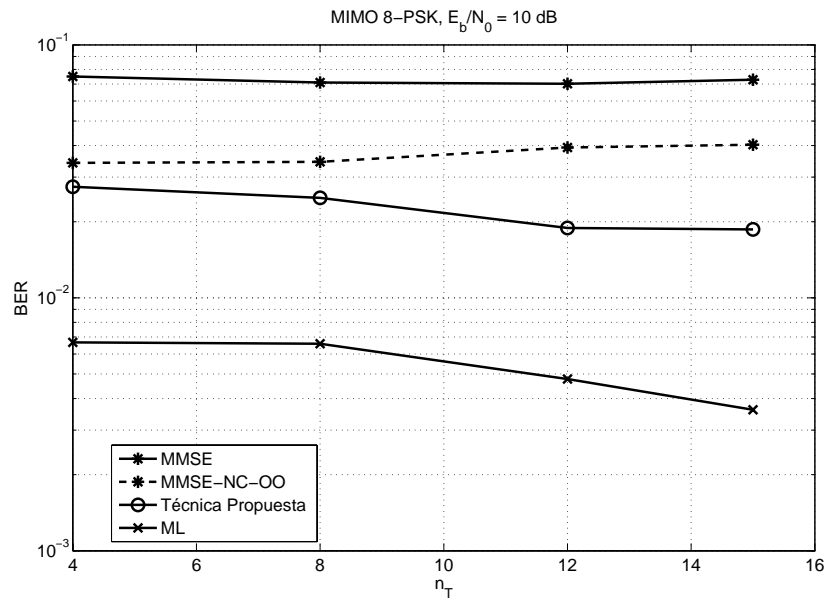


Figura 4.9: Comparación entre los diferentes detectores estudiados variando el número de antenas.

4.3.3. Convergencia del algoritmo

Como se dijo anteriormente el criterio de convergencia que vamos a emplear es el AME. En la figura 4.10 se puede ver la evolución del AME para un sistema MIMO 15x15 empleando una modulación 8-PSK. En dicha figura se observa como el algoritmo converge en unas 20 o 25 iteraciones, aunque en algunos casos necesita más. Ésto podría ser un inconveniente para una implementación en tiempo real dado que el tiempo de ejecución varía entre ejecuciones, aunque se podría solventar limitando el número máximo de iteraciones. Esta solución tiene un problema que

es que aumenta su BER, de manera que para establecer dicho número máximo de iteraciones será necesario llegar a un compromiso entre el tiempo de ejecución y la pérdida de BER.

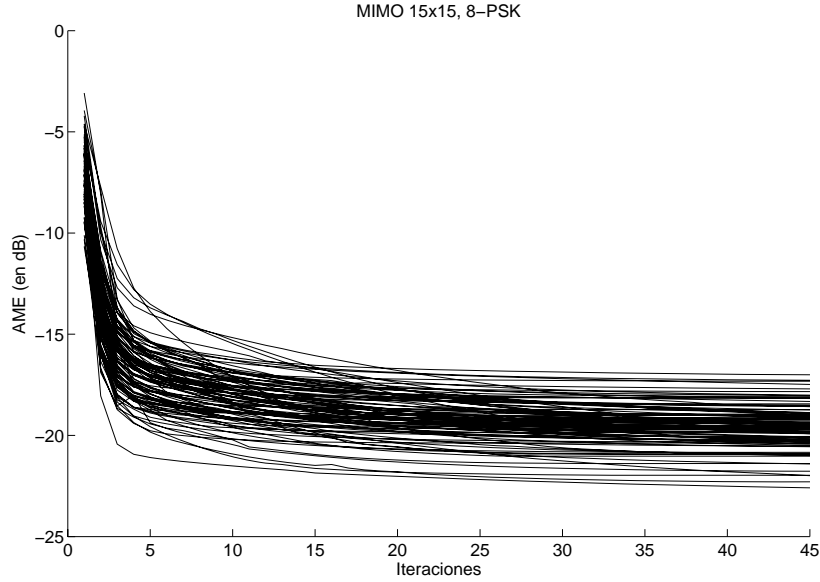


Figura 4.10: Evolución del AME.

4.3.4. Influencia del número de condición de la matriz del canal.

En [21] se demuestra que el número de condición de la matriz del canal determina en gran parte las prestaciones del sistema y, basándose en esa idea, desarrollaron un nuevo detector subóptimo.

En este apartado se discute cómo influye el número de condición sobre el problema de detección. Como ya se vió en el Capítulo 3, el modelo para el sistema MIMO es

$$\mathbf{x} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n}$$

donde \mathbf{n} es ruido Gaussiano y blanco temporal y espacialmente. Este modelo se puede expresar de la siguiente manera

$$\mathbf{x}^{ZF} = \mathbf{H}^+ \mathbf{x} = \mathbf{s} + \tilde{\mathbf{n}}$$

donde $\tilde{\mathbf{n}}$ es ahora ruido Gaussiano y blanco temporalmente, pero coloreado espacialmente, cuya matriz de autocorrelación es

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}\tilde{\mathbf{n}}} = \sigma^2 (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \quad (4.21)$$

Ahora el problema de detección óptimo será

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s} \in A^{n_T}} (\mathbf{x}^{ZF} - \mathbf{s})^H \mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}\tilde{\mathbf{n}}} (\mathbf{x}^{ZF} - \mathbf{s})$$

El problema sigue siendo el mismo, pero aquí es más sencillo ver cómo influye el número de condición de la matriz del canal. En todos los detectores subóptimos propuestos es necesario aplicar el operador Q , de manera que realizamos una detección componente a componente, pero debido a (4.21) las componentes están correladas y no se puede tomar decisiones independientes sobre cada componente. A continuación definiremos el número de condición del canal y veremos su influencia dibujando las regiones de decisión para un sistema MIMO 2x2 con un modulación real (una BPSK) y un canal real (tanto la matriz del canal, como el ruido). El hecho de restringirnos a un caso real es simplemente para poder dibujarlo.

En primer lugar realizamos la descomposición SVD de \mathbf{H}

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$$

y definimos el número de condición de \mathbf{H} como

$$c_{\mathbf{H}} = \frac{\sigma_1}{\sigma_N}$$

siendo $N = \min(n_T, n_R)$ y se ha asumido que los valores singulares están en orden decreciente.

Por otro lado también podemos realizar la descomposición SVD de (4.21), obteniendo

$$\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}\tilde{\mathbf{n}}} = \sigma^2 \mathbf{V}\mathbf{\Sigma}^{-2}\mathbf{V}^H$$

y obtener su número de condición

$$c_{\mathbf{R}_{\tilde{\mathbf{n}}\tilde{\mathbf{n}}}} = (c_{\mathbf{H}})^2$$

Entonces se puede observar que cuanto mayor sea el número de condición más correlación habrá entre las componentes de $\tilde{\mathbf{n}}$ y menos óptimos serán los detectores subóptimos.

Como se comentó anteriormente vamos a mostrar las regiones de decisión para el detector óptimo, el detector basado en MMSE con *Null and Cancelling* y ordenado óptimo y la técnica propuesta para dos casos diferentes: un canal bien condicionado ($c_{\mathbf{H}} = 1,27$) y un canal mal condicionado ($c_{\mathbf{H}} = 9,55$).

Como se puede ver en las figuras 4.11, 4.12 y 4.13, las regiones de decisión de los tres métodos son muy similares, con lo cual sus prestaciones también lo serán. Sin embargo, en las figuras 4.14, 4.15 y 4.16 dichas regiones de decisión son muy diferentes, se puede ver como la técnica basada en regularización y la técnica basado en MMSE con *Null and Cancelling* y ordenado óptimo difieren bastante del detector óptimo y es ahí donde radica la pérdida de prestaciones.

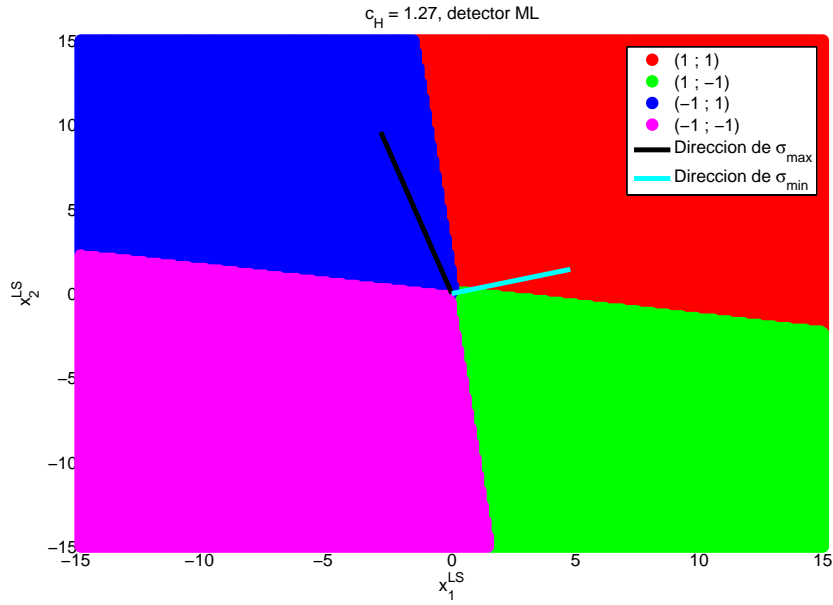


Figura 4.11: Regiones de decisión del detector óptimo para un canal bien condicionado.

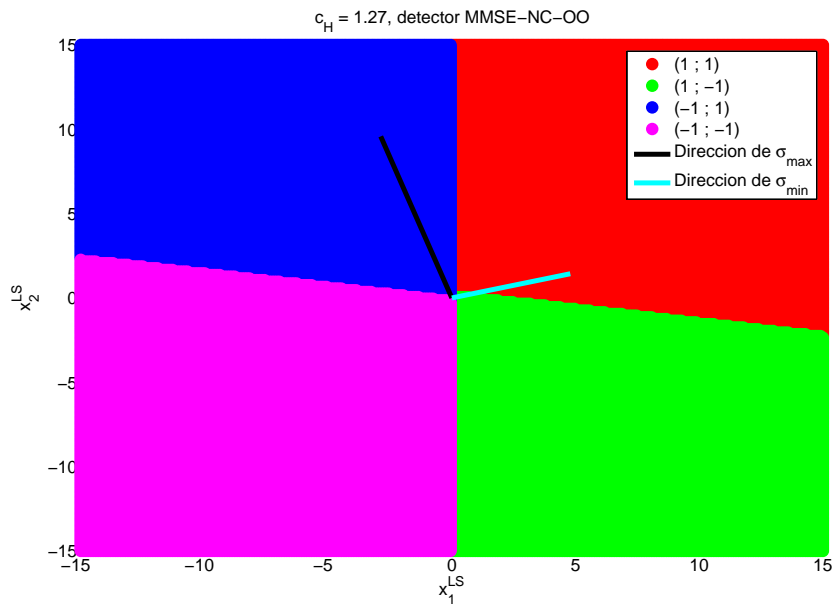


Figura 4.12: Regiones de decisión del detector basado en MMSE con *Null and Cancelling* y ordenado óptimo para un canal bien condicionado.

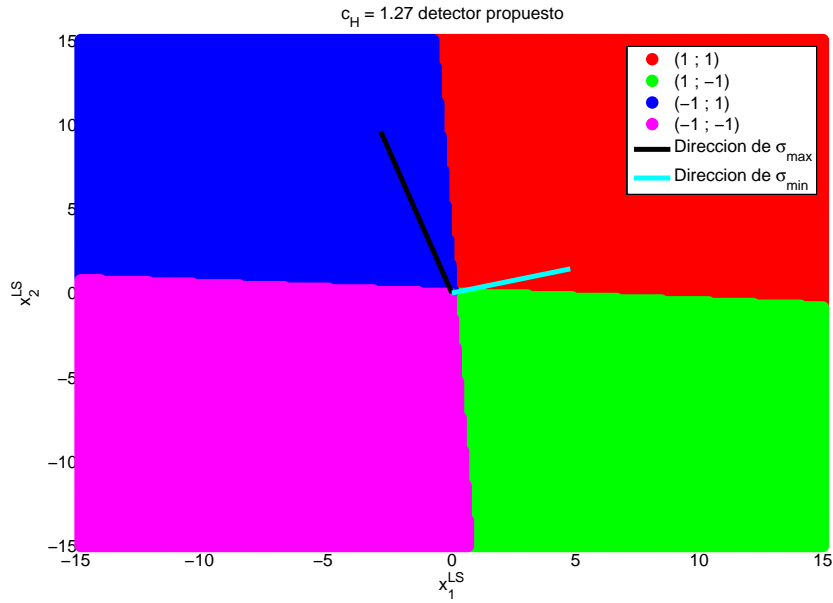


Figura 4.13: Regiones de decisión del detector propuesto para un canal bien condicionado.

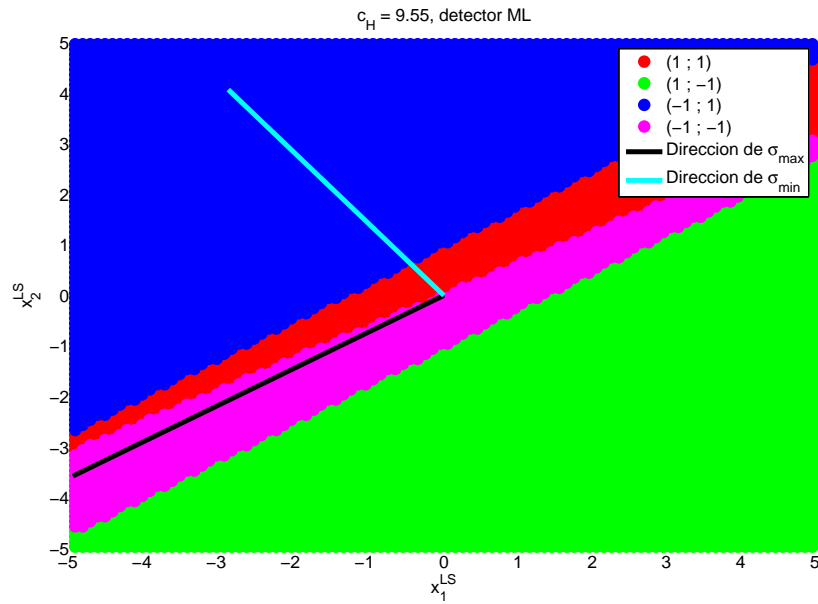


Figura 4.14: Regiones de decisión del detector óptimo para un canal mal condicionado.

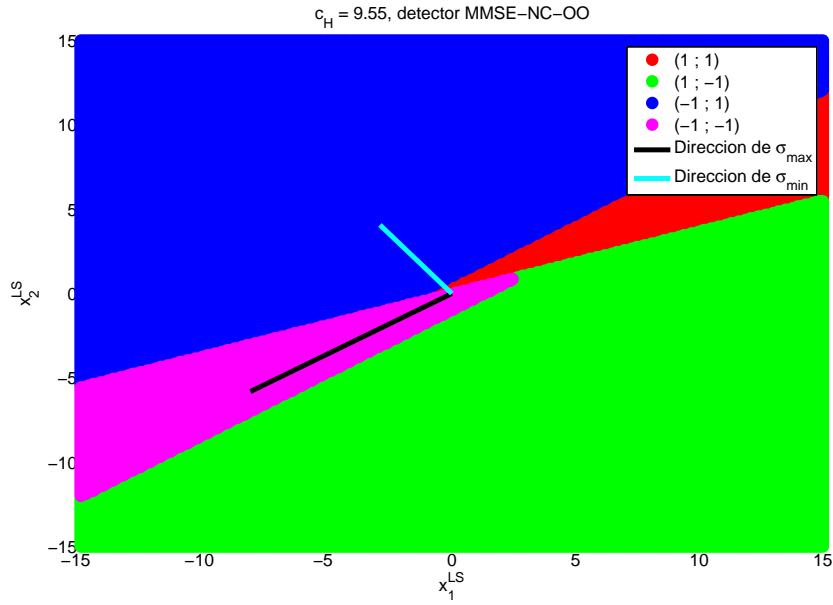


Figura 4.15: Regiones de decisión del detector basado en MMSE con *Null and Cancelling* y ordenado óptimo para un canal mal condicionado.

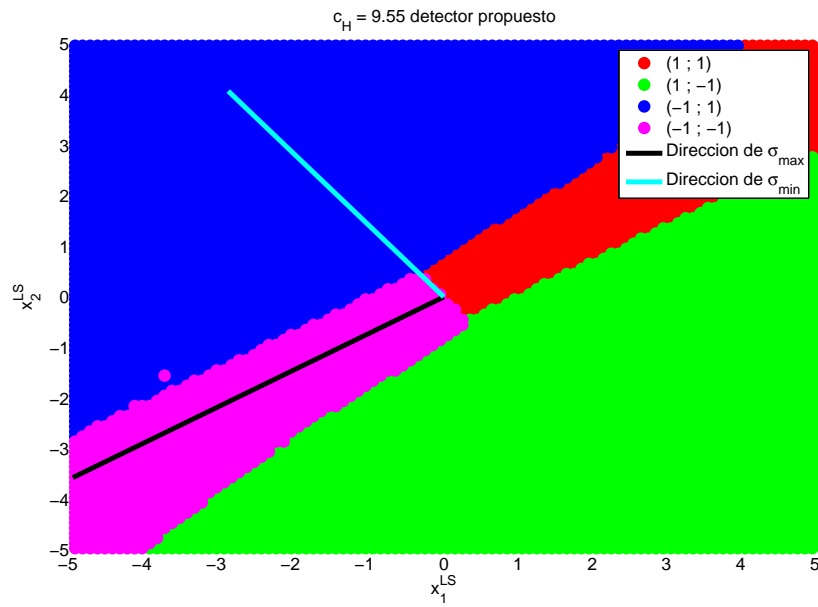


Figura 4.16: Regiones de decisión del detector propuesto para un canal mal condicionado.

Capítulo 5

Plataforma MIMO 2x2 a 2.4 GHz

Después de años de estudio teórico de sistemas MIMO varios grupos de investigación han desarrollado diversas plataformas hardware para la evaluación de algoritmos banda base [22, 23, 24, 25]. Dada la importancia de evaluar algoritmos sobre sistemas reales en la Universidad de Cantabria también se vio la necesidad de tener una plataforma [26, 27] para la evaluación de algoritmos.

En este capítulo se describe la plataforma que se ha ayudado a desarrollar y se exponen sus limitaciones. En primer lugar haremos una descripción de la plataforma completa, tras esto haremos una descripción más detallada de cada parte y por último comentaremos las técnicas de procesamiento de señal empleadas.

5.1. Descripción de la Plataforma completa

A continuación vamos a hacer una breve descripción de la plataforma. Algunos aspectos van a ser tratados posteriormente con mayor profundidad, debido a lo cual en este apartado no se hará mención sobre ellos. La plataforma está formada por:

- 1 Generador Vectorial de Señal Agilent E4432B.
- 1 Generador Vectorial de Señal Agilent E4438C.
- 1 Ordenador Portátil + tarjeta WLAN PCMCIA.
- Agilent 82357A *USB/GPIB Interface Converter*.
- Ordenador equipado con una tarjeta de adquisición ICS-554A.
- 4 antenas de tipo dipolo impreso.
- 2 *downconverters*.
- Punto de acceso inalámbrico.

El transmisor está formado básicamente por los dos generadores de señal y dos antenas. El receptor está formado por la tarjeta de adquisición, los 2 *downconverters* y las otras dos antenas.

Por otro lado, el ordenador que está equipado con la tarjeta de adquisición (ordenador de control) es el que controla todo el sistema: genera los datos y los procesa una vez que son recibidos, da las ordenes a los generadores y adquiere la señal transmitida. Ésto se hizo así debido a que es más sencillo automatizar el proceso de medidas. Lo que se buscaba al desarrollar la plataforma es que permitiera una rápida evaluación de los algoritmos y además de una manera flexible, es decir, que se pudieran evaluar todas las posibles situaciones¹ sin que hubiera que reconfigurar toda la plataforma.

5.2. Sistema Transmisor

Como se ha dicho anteriormente el sistema transmisor está compuesto por los dos generadores de señal y dos de las cuatro antenas. El funcionamiento básico del transmisor es muy sencillo dado que trabajamos *offline*. Simplemente se carga una secuencia discreta en su memoria, el generador la convierte a analógico y la sube en frecuencia. En la figura 5.1 se puede ver la parte banda base del sistema transmisor para el generador E4432B, para el E4438C sería muy similar salvo que cambian los filtros reconstructores y el tamaño de las memorias. Como se puede observar la parte banda base da como salidas la señal en fase (I) y la señal en cuadratura (Q), con lo que la señal de RF que será transmitida por cada antena es

$$s_1(t) = I(t) \cos(\omega_{RF}t) + Q(t) \sin(\omega_{RF}t) \quad (5.1)$$

Los pasos que se siguen para realizar una transmisión son:

1. Los símbolos que se han de transmitir por cada antena se conforman para obtener la secuencia compleja banda base ($I[n] + jQ[n]$). Es importante resaltar que estos símbolos pueden provenir de un OSTBC, de *spatial multiplexing*, etc.
2. Se inicia una comunicación con los generadores.
3. Se configuran adecuadamente los generadores (*trigger*, *delay*, Potencia, Frecuencia, ...).
4. Se carga la secuencia banda base en la memoria de los generadores.
5. Se activa las modulaciones (ARB² y RF).

Por otro lado en la tabla 5.1 se muestran las características de los generadores E4432B y E4438C.

¹De tasa de transmisión, de modulación, de codificación espacio temporal, ...

²La modulación ARB no es más que la lectura de los datos de la memoria y su paso por el DAC.

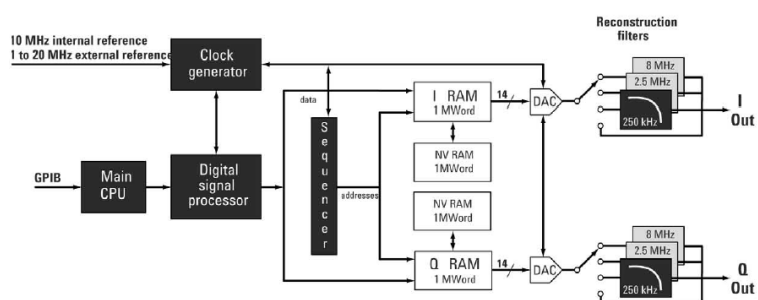


Figura 5.1: Diagrama de bloques de la parte banda base del transmisor.

	E4432B	E4438C
Frecuencia Mínima	250 KHz	250 KHz
Frecuencia Máxima	3 GHz	6 GHz
Resolución Frecuencial	0.01 Hz	0.01 Hz
Potencia Mínima	-136 dBm	-136 dBm
Potencia Máxima a 2.4 GHz	10 dBm	16 dBm
Frecuencia de Reloj	1 Hz - 40 MHz	1 Hz - 100 MHz
Resolución del Reloj	1 Hz	1 Hz
Conversores D/A	14 Bits	16 Bits
Memoria	1 MegaMuestra/canal	32 MegaMuestras/canal
Delay Externo	2 μ seg. - 3,6 Kseg.	10 nseg. - 40 seg.

Tabla 5.1: Tabla comparativa con las principales características de los generadores.

Por último cabe mencionar que la comunicación con los generadores por parte del ordenador de control se realiza de manera inalámbrica, mediante el ordenador portátil con la tarjeta WLAN y el punto de acceso inalámbrico, de manera que se pueda mover el transmisor sin ningún impedimento. La distancia que se puede obtener entre el transmisor y el receptor si se controlaba todo mediante un único PC y se conectaba por cable es bastante pequeña, aunque es posible aumentarla si se utiliza alargadores, ya sea en USB o en GPIB, pero este método presenta el inconveniente de que es incómodo. Debido a esto se optó por usar un ordenador portátil conectado a los generadores mediante el Agilent 82357A y dicho portátil conectado vía WLAN al ordenador de control. Digamos que el portátil actúa como un mero repetidor de lo que transmite el ordenador de control, para ello es necesario emplear una funcionalidad de las *Agilent IO Control Libraries Suite 14*, dicha característica es el *Remote IO Server*, que permite controlar equipos a través de una red de área local (cableada o inalámbrica) mediante un ordenador conectado a dichos equipos.

5.2.1. Sincronización

Tenemos varios tipos de sincronización, por un lado está la sincronización frecuencial y por otro la sincronización temporal. Para obtener una buena sincronización frecuencial empleamos en el E4438C una señal de 10 MHz que genera el E4432B, de manera que el sintetizador de frecuencia del E4438C obtiene su señal portadora mediante la señal de 10 MHz. De esta manera el error en frecuencia entre ambos generadores no va a ser muy importante, en la pruebas que se han hecho nunca llegó a superar los 15 Hz, de manera que si la duración de la trama es corta, dicho error es insignificante.

Por otro lado, un aspecto importantísimo en los transmisores MIMO es la sincronización temporal entre las señales que se transmiten por cada antena, esto es debido a que una vez que se ha producido la mezcla en el canal el receptor sólo se va a poder muestrear en un único instante de tiempo que será óptimo únicamente para una de las señales transmitidas, es decir, que esta desincronización entre transmisores va a introducir interferencia entre símbolos (*Inter Symbol Interference* o ISI). Otro aspecto importante es que se puede perder la ortogonalidad en sistemas MIMO-OSTBC, como por ejemplo un sistema con la codificación de Alamouti [4]. Debido a esto era necesario obtener una buena sincronización temporal.

En la figura 5.2 se puede ver el conexionado de los generadores, aunque falta la conexión GPIB al ordenador portátil. En dicha figura se puede ver dos conexiones entre ambos generadores, en primer lugar la conexión de la señal de 10 MHz de la cual ya habíamos hablado y en segundo lugar, una conexión entre el *Event1* y el *Pattern Trig In*.

Para lograr la sincronización temporal se emplea las señales de los conectores *Event1* y *Pattern Trig In*, dichas señales actúan como un *trigger*. Cuando el E4432B, que actúa como maestro debido a sus prestaciones inferiores, comienza a transmitir, por el conector *Event1* se transmite una señal que podemos crear noso-

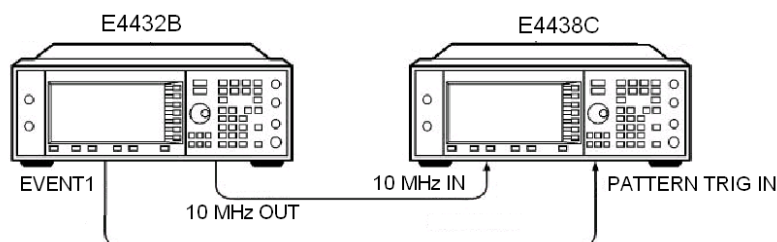


Figura 5.2: Descripción del montaje del transmisor.

tros. Se ha elegido una señal cuadrada periódica, siendo su periodo la duración de la trama. Cuando el E4438C, que actúa como esclavo, detecta un flanco de bajada o de subida (se puede configurar) comienza a transmitir. Aun así no se tiene una sincronización suficientemente buena, existe un retraso entre ambos generadores. Dicho retraso es determinista hasta un error de una muestra ($1/f_{\text{muestreo}}$), con lo cual, mediante la opción de los generadores de retrasar las señales podemos llegar a obtener un retraso inferior a una muestra entre ambos generadores, es decir, que vamos a tener un *jitter* de $1/f_{\text{muestreo}}$ segundos. Dado que el error que tenemos es inversamente proporcional a la frecuencia de muestreo vamos a elegirla siempre la mayor posible (40 MHz.) y el régimen de símbolo vendrá determinado por el número de muestras por símbolo.

5.3. Sistema Receptor

El sistema receptor está formado por los *downconverters*, la tarjeta de adquisición y dos antenas. A continuación vamos a describir los *downconverters* y la tarjeta de adquisición con un poco más de detalle.

5.3.1. Conversores RF/IF

Los *downconverters* son los encargados de bajar la señal de la frecuencia de RF a una frecuencia intermedia (*Intermediate Frequency* o IF) dado que no es posible adquirirla en la frecuencia de RF debido a las limitaciones del sistema de adquisición. Dichos *downconverters* fueron desarrollados en la Universidad de Cantabria por el grupo de Microondas y RF.

Ambos *downconverters* emplean el mismo oscilador local (OL) para realizar la mezcla, de esta manera se evita una vez más el problema de la sincronización en frecuencia.

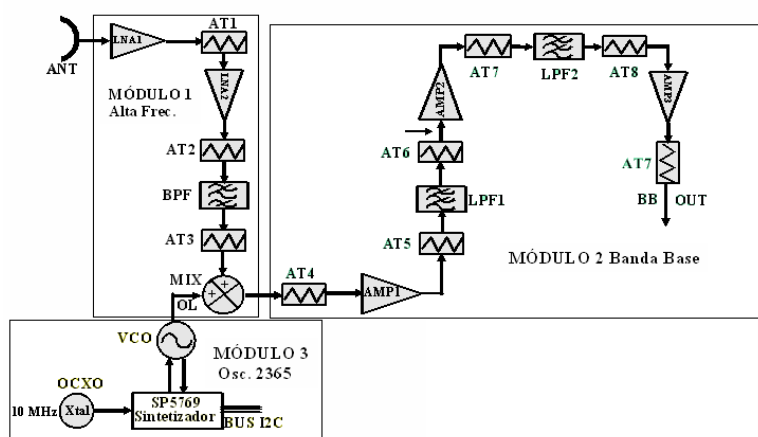
En las tablas 5.2 y 5.3 se muestran las características principales de los conversores RF/IF y del oscilador local y en la figura 5.3 se muestra el diagrama de bloques completo de uno de los dos *downconverters*.

Frecuencia de Trabajo a la entrada	2385 ± 10 MHz.
Frecuencia de Trabajo a la salida	15 ± 10 MHz.
Ganancia total del conversor	$50 \pm 0,5$ dB
Rizado máximo en la banda de trabajo	$\pm 0,75$ dB
Frecuencia del OL	2380 MHz (Fijo)
Figura de ruido	≤ 2 dB
Sensibilidad	-88 dBm
Punto de compresión 1 dB	15 dBm
Punto de intercepción de 3 ^{er} orden	> 20 dBm

Tabla 5.2: Características principales de los *downconverters*.

Desviación respecto a la portadora	Ruido de Fase
100 Hz	-70 dBc/Hz
1 KHz	-80 dBc/Hz
10 KHz	-90 dBc/Hz
100 KHz	-100 dBc/Hz
1 MHz	-120 dBc/Hz

Tabla 5.3: Ruido de Fase del OL.

Figura 5.3: Diagrama de bloques de un *downconverter*.

Una vez que se tiene la señal en la frecuencia de IF vamos a ser capaces de adquirirla para su posterior procesado.

5.3.2. Sistema de adquisición

El sistema de adquisición está formado por la tarjeta ICS-554A montada sobre un PC. Las principales características de dicha tarjeta se muestran en la tabla 5.4 y en la figura 5.4 se muestra su diagrama de bloques. Como se puede ver en la figura, la tarjeta de adquisición dispone de una FPGA, que aunque no se emplea, puede usarse para hacer algún procesado banda base, como por ejemplo implementar un *digital downconverter* o DDC [28].

Nº de canales de entrada	4
Amplitud de entrada a fondo de escala	$1.2 V_{p-p}$ sobre 50Ω (5.5 dBm)
Frecuencia Máxima de muestreo	80 MHz por canal
Reloj de muestreo interno	Cristal de frecuencia fija de 80 MHz
Resolución del conversor A/D	14 bits
Tamaño de la memoria	2 Buffers de 256 Kmuestras
Interfaz	Bus PCI 2.2 64 bits 66 MHz

Tabla 5.4: Características principales de la tarjeta ICS-554A.

La tarjeta de adquisición permite trabajar en dos modos diferentes, modo captura y modo continuo. En el modo captura la tarjeta adquiere desde que se le indica hasta que se llena la memoria. Este modo tiene el inconveniente de que estamos limitados en el número de símbolos a transmitir y de ahí que se desechara desde un primer momento. Por el contrario en modo continuo los datos se almacenan en la memoria hasta que se llena una cierta cantidad (configurable) y se descargan a memoria, este proceso se repite hasta adquirir un número de muestras determinado (también configurable). El problema del modo continuo es debido a que no es capaz de transmitir por el bus PCI todas las muestras que se adquieren, dependiendo de la frecuencia de muestreo. En [29] se obtuvieron las siguientes frecuencias de muestreo máximas, debidas principalmente a la transferencia a través del Bus PCI.

Nº de canales	f_{max} en MHz CLK interno	f_{max} en MHz CLK externo
1	80	80
2	40	50
4	26.6	35

Tabla 5.5: Frecuencias máximas de muestreo de la tarjeta ICS-554A en modo continuo.

En la tabla 5.5 se puede ver que para reloj interno la frecuencia de muestreo

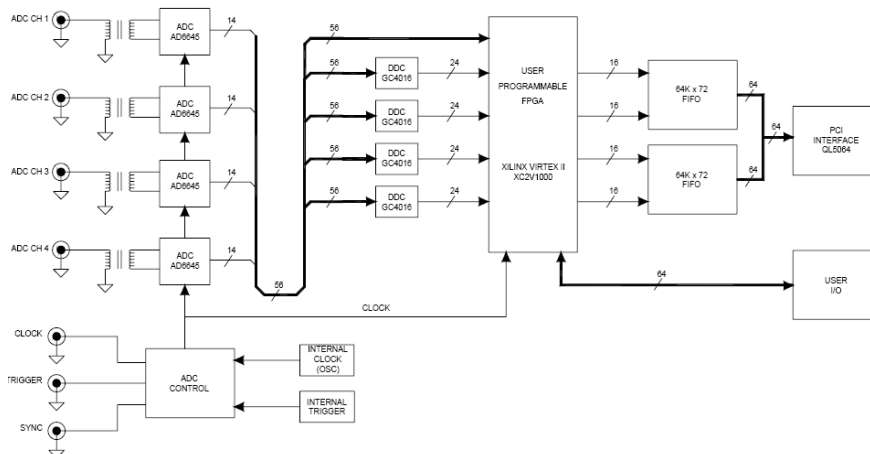


Figura 5.4: Diagrama de bloques de la tarjeta ICS-554A.

cambia a pesar de que en la tabla 5.4 se dijo que el reloj de muestreo es fijo, ésto es posible debido a que se puede diezmar la señal antes de su escritura en los buffers.

Para finalizar en la tabla 5.6 se muestra el número de muestras disponible por canal en función del número de canales empleado, además se indica que canales hay que utilizar en cada caso.

Nº de canales	Entradas	Nº de muestras buffer 1	Nº de muestras buffer 2
1	1	262.144	-
2	1 y 3	262.144	262.144
3	1,3 y 4	262.144	131.072
4	Todas	131.072	131.072

Tabla 5.6: Capacidad de memoria por canal.

Como se puede deducir de la tabla 5.6 los canales 1 y 2 comparten un Buffer, mientras que los canales 3 y 4 comparten otro.

5.4. Técnicas de procesamiento de señal necesarias

Las implementaciones actuales de sistemas de comunicaciones digitales están basadas en técnicas de procesamiento de señal. Toda la parte banda base (hasta una posible FI de unos pocos MHz) se realiza en digital, ya sea mediante DSP's, FPGA's o ASIC's. La implementación que nosotros usamos, dado que se trata de un sistema *offline*, se basa en un PC ejecutando el programa MATLAB. En dicho PC se generan las muestras que se van a cargar en las memorias para su posterior paso a través de los DAC.

5.4.1. Transmisión

Como se ha dicho antes los datos que recibe la plataforma para transmitir son los símbolos que debe transmitir cada antena, no es necesario realizar ningún tipo de codificación. Con lo cual en el transmisor simplemente habrá que conformar dichos símbolos. La conformación se realiza insertando $M - 1$ ceros entre cada dos símbolos y filtrando dicha secuencia con el filtro conformador ($h[n]$) (ver figura 5.5). Dicho filtro conformador se elige de manera que no introduzca ISI, nosotros hemos elegido un filtro raíz cuadrada de coseno alzado con factor de *roll-off*³ (α). El valor de M , junto con la frecuencia de muestreo (f_s) determina el régimen de símbolo (R_s) por antena transmisora y a su vez el ancho de banda (para modulaciones lineales y sin memoria conformadas con este tipo de filtro).

$$R_s = \frac{f_s}{M}$$

$$BW_{\text{Banda Base}} = \frac{R_s}{2} (1 + \alpha)$$

$$BW_{\text{RF}} = 2 \cdot BW_{\text{Banda Base}}$$

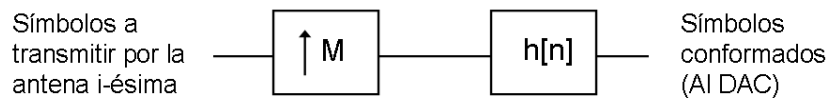


Figura 5.5: Conformación de los símbolos en transmisión.

³Realmente este filtro sí introduce ISI, pero la combinación con el filtro receptor es lo que cumple el primer criterio de Nyquist de manera que no introduce ISI.

5.4.2. Recepción

Una vez que tenemos las muestras adquiridas por cada ADC en la frecuencia de IF será necesario realizar una demodulación digital. Nosotros optamos por realizar dicha demodulación obteniendo la envolvente compleja de la señal paso banda. El sincronismo de portadora en la recepción se realiza mediante una búsqueda exhaustiva y monitorizando el error que se obtiene. Es posible hacerlo de esta manera dado que se tiene más o menos acotado el error en frecuencia y que este error es constante durante el tiempo de necesario para realizar un experimento. También se empleó el algoritmo presentado en [30], pero sus prestaciones eran inferiores a las de la búsqueda exhaustiva.

Una vez que tenemos la señal compleja banda base es necesario obtener el sincronismo de trama y de símbolo y obtener la estima del canal. Con objeto de simplificar este punto lo más posible se diseñó la estructura de trama de la figura 5.6.

Cabecera	Pilotos	Información
----------	---------	-------------

Figura 5.6: Estructura de la trama empleada.

En primer lugar una cabecera compuesta por una secuencia PN conformada rectangularmente. Se eligió una secuencia PN debido a que para realizar el sincronismo usamos la correlación cruzada de la secuencia adquirida y la secuencia PN, y dadas las características de la autocorrelación de las secuencias PN, ésta parece una buena elección. La sincronización de símbolo que se obtiene de esta manera tiene un error del orden de una muestra, si bien este error no es importante para tasas de transmisión bajas, para tasas de transmisión altas puede introducir una ISI considerable, de manera que sería necesario recurrir a algún algoritmo de sincronización. Una vez que tenemos localizado el inicio de la trama es necesario filtrar dicha señal con el filtro adaptado al filtro conformador ($g[n]$), dicho filtro es el que maximiza la SNR o también se puede ver como el mejor detector de una forma de onda conocida en ruido Gaussiano. Tras este filtrado se muestrea la señal a la tasa de símbolo, con lo cual el procesamiento en el receptor será el que se muestra en la figura 5.7.

En la estructura de trama que se ha mostrado hay una secuencia entrenamiento o símbolos pilotos que se emplean para estimar el canal [31]. El principal problema al usar una secuencia de entrenamiento o símbolos pilotos es que se pierde *throughput*. Aunque para nosotros ésto no es un problema, en algunos sistemas no se puede realizar la estimación de ésta manera y se han desarrollado algoritmos de estima ciega de canal [32, 33].

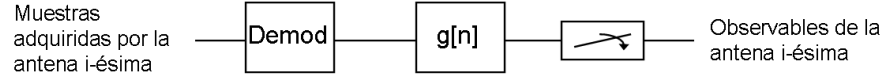


Figura 5.7: Conformación de los símbolos en transmisión.

Estima de canal mediante pilotos ortogonales

Sea $\mathbf{P}_i = (P_{i,1} P_{i,2} \dots P_{i,k})$ una secuencia de k símbolos piloto transmitidos por la antena i -ésima que deben cumplir (5.2) para que sean ortogonal

$$\mathbf{P}_i \mathbf{P}_k^H = C \delta_i^j \quad (5.2)$$

donde δ_i^j es la función delta de Kronecker; y sea $\mathbf{r}^j = (r_1^j r_2^j \dots r_k^j)$ los observables recibidos por la antena receptora j -ésima en los instantes temporales correspondientes a la transmisión de las secuencias \mathbf{P}_i , el estimador MMSE del coeficiente del canal $h_{j,i}$ es

$$\hat{h}_{j,i} = \mathbf{r}^j \mathbf{P}_i^H = h_{j,i} + e_{j,i} \quad (5.3)$$

donde $e_{j,i}$ es un término de error que depende de la SNR.

Capítulo 6

Resultados experimentales

En este capítulo se van a presentar resultados de medidas hechas sobre la plataforma. En primer lugar se presentan los resultados de medidas con diversos métodos de detección en sistemas MIMO con multiplexado espacial. Y en segundo lugar se exponen los resultados de medidas hechas con la codificación de Alamouti [4].

6.1. Experimento 1

En este apartado vamos a presentar los resultados de las medidas realizadas comparando diversos métodos de detección en sistemas VBLAST. Los métodos que se comparan son los mismos que en simulación, además se emplean los mismos parámetros para la técnica propuesta.

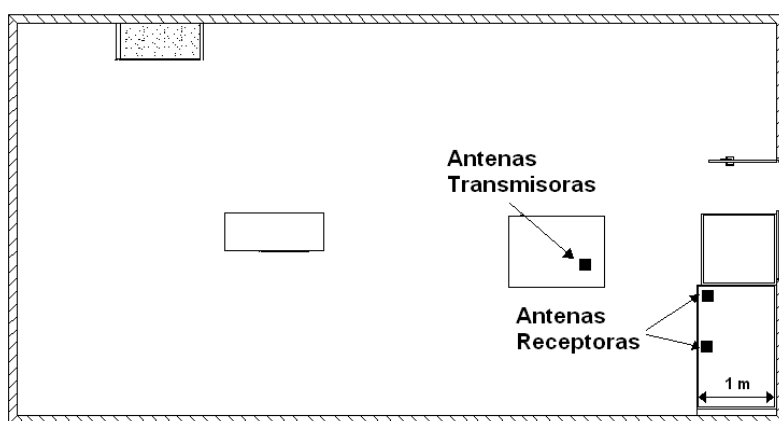


Figura 6.1: Localización del transmisor y el receptor para el experimento 1.

En la figura 6.1 se muestran las localizaciones de el transmisor y el receptor. Respecto a los parámetros de la modulación se empleo un factor de *roll-off* de

0.4. La tasa de símbolo es 1 Mbaudio, de manera que el ancho de banda empleado es 1.4 MHz. Por otro lado, teniendo en cuenta la tasa de símbolo y la frecuencia de muestreo en el transmisor, el número de muestras por símbolo es $M = 40$. Cabe mencionar que la tasa de símbolo empleada es muy baja en comparación con los actuales sistemas inalámbricos, pero dicha elección se ha hecho de manera que los algoritmos de sincronización sean sencillos. Por otro lado la modulación empleada para el experimento fue una QPSK. Cabe decir que estos parámetros serán empleados en los demás experimentos.

En la figura 6.2 se muestra la probabilidad de error de símbolo (*symbol error rate* o SER) para los detectores analizados. Se puede ver que los resultados que presentan todos los métodos son muy similares, ésto es debido a que el número de antenas no es muy elevado y también es debido a que la relación señal a ruido tampoco es muy grande.

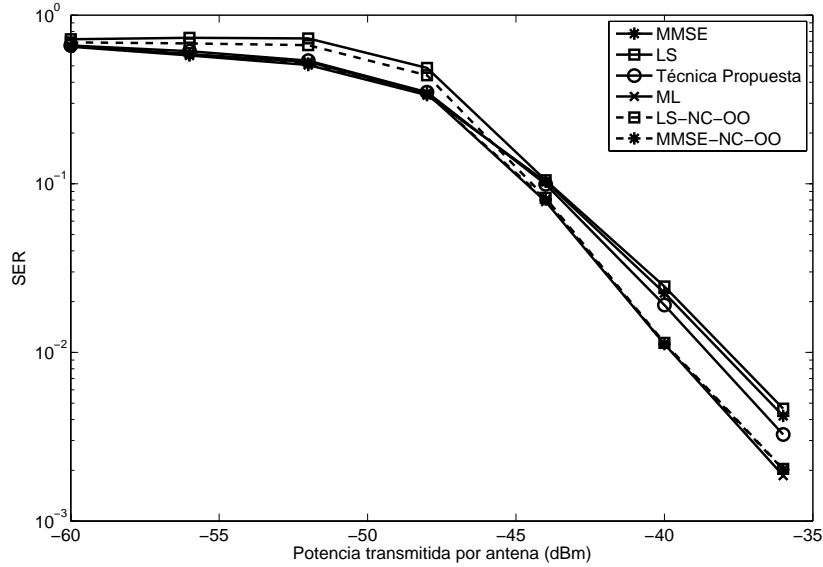


Figura 6.2: Probabilidad de error de símbolo medida para el primer experimento.

Cabe mencionar que para aplicar los métodos que estaban basados en MMSE fue necesario estimar la varianza del ruido. Basándonos en el modelo del sistema MIMO (2.1) podemos estimar dicha varianza del ruido de la siguiente manera:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N_{pil} \cdot n_R} \sum_{n=1}^{N_{pil}} \left\| \mathbf{x}[n] - \hat{\mathbf{H}}\mathbf{s}[n] \right\|_2^2 \quad (6.1)$$

donde $\hat{\mathbf{H}}$ es la estima de la matriz del canal y N_{pil} es el número de símbolos pilotos transmitidos. Se podría haber usado todos los símbolos transmitidos ya que en el receptor se conocen, pero de esta manera es más realista.

Por otro lado cabe mencionar que en este ruido se engloba la ISI introducida por el canal, errores de sincronización (tanto temporal como frecuencial), errores en la estima del canal y el ruido propiamente dicho.

6.2. Evaluación de las prestaciones de la plataforma

Dada la complejidad de los detectores en sistemas MIMO con multiplexado espacial se optó por usar la codificación de Alamouti para evaluar las prestaciones de la plataforma, ya que como se ha dicho la detección de los códigos OSTBC es lineal. A continuación se va a presentar la codificación de Alamouti y dos experimentos realizados con dicha codificación.

6.2.1. Introducción a la codificación de Alamouti

La codificación de Alamouti fue el primer código espacio temporal por bloques que con dos antenas en transmisión provee diversidad total.

La codificación de Alamouti está definida por su matriz de codificación (ecuación (6.2)). El codificador recoge dos símbolos (s_1 y s_2) y los codifica según dicha matriz.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Cada fila de \mathbf{C} son los símbolos transmitidos por una única antena y cada columna son los símbolos transmitidos por todas las antenas en un instante de tiempo, es decir, la antena 1 transmite en el instante t el símbolo s_1 y en el instante $t + T$ el símbolo $-s_2^*$, mientras que la antena 2 transmite en el instante t el símbolo s_2 y en el instante $t + T$ el símbolo s_1^* .

La codificación de Alamouti es un caso particular de los STBC, dado que pertenece a la familia de los OSTBC. Para ser un OSTBC se debe cumplir:

$$\mathbf{C}\mathbf{C}^H = (|s_1|^2 + |s_2|^2) \mathbf{I}_2$$

donde \mathbf{I}_2 es la matriz identidad de 2×2 . Si asumimos que el canal es constante durante 2 periodos de símbolo (T) se puede demostrar [4] que el detector de máxima verosimilitud de s_1 y s_2 es

$$\hat{s}_1 = \arg \min_{\hat{s}_1 \in A} \left[\left(\|\mathbf{H}\|_F^2 - 1 \right) |\hat{s}_1|^2 + d^2(\hat{s}_1, \tilde{s}_1) \right] \quad (6.3a)$$

$$\hat{s}_2 = \arg \min_{\hat{s}_2 \in A} \left[\left(\|\mathbf{H}\|_F^2 - 1 \right) |\hat{s}_2|^2 + d^2(\hat{s}_2, \tilde{s}_2) \right] \quad (6.3b)$$

donde $d(x, y)$ indica la distancia Euclídea entre x e y y los \tilde{s}_i están definidos de la siguiente manera

$$\tilde{s}_1 = \sum_{j=1}^{n_R} h_{j,1}^* x_j[t] + h_{j,2}^* (x_j[t+T])^* \quad (6.4a)$$

$$\tilde{s}_2 = \sum_{j=1}^{n_R} h_{j,2}^* x_j[t] - h_{j,1}^* (x_j[t+T])^* \quad (6.4b)$$

siendo $x_j[t]$ el símbolo recibido por la antena j -ésima en el instante t .

Es posible simplificar (6.3) si la modulación empleada es una PSK, para dichas modulaciones el detector de máxima verosimilitud es

$$\hat{s}_1 = \arg \min_{\hat{s}_1 \in A} d^2(\hat{s}_1, \tilde{s}_1) \quad (6.5a)$$

$$\hat{s}_2 = \arg \min_{\hat{s}_2 \in A} d^2(\hat{s}_2, \tilde{s}_2) \quad (6.5b)$$

6.2.2. Experimento 2

Como se ha dicho anteriormente, en este experimento y en el siguiente se va a emplear la codificación de Alamouti. La localización del transmisor y del receptor para este experimento es la misma que para el experimento 1.

En primer lugar vamos a mostrar los observables obtenidos por una antena sin sincronización de símbolo (figura 6.3, arriba a la izquierda), los mismos observables después de la sincronización de símbolo (figura 6.3, arriba a la derecha), los observables después de la sincronización de símbolo y de frecuencia (figura 6.3, abajo a la izquierda) y por último los símbolos obtenidos al aplicar (6.4) a los observables recibidos y sincronizados por las dos antenas receptoras. En este experimento se emplearon 256 símbolos piloto para la estima de canal y la longitud de los símbolos de información era 500. Por otro lado la potencia transmitida por cada antena eran -10 dBm.

A continuación se midió la SER para esta codificación (figura 6.4). Cabe mencionar que debido al tiempo de procesamiento necesario en el receptor, obteníamos canales distintos para cada transmisión, esto es debido a que dicho tiempo es superior al tiempo de coherencia del canal.

Adicionalmente se va a estudiar la estadística del canal. Dada la proximidad de el transmisor y el receptor vamos a tener claramente línea de vista (*Line of sight* o LOS), y debido a que se trata de propagación en interiores, vamos a tener múltiples rayos que llegan al receptor¹, además del rayo de visión directa, con lo cual se sabe que para este escenario la función densidad de probabilidad (fdp) de la envolvente (o módulo) de cada coeficiente del canal va a seguir una distribución de Rice [34], dada por la ecuación (6.6).

¹Debido a reflexiones, difracciones, ...

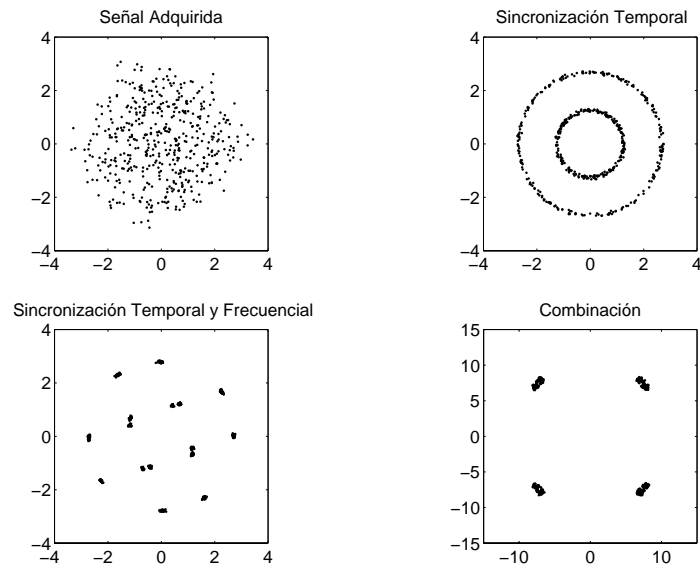


Figura 6.3: Constelaciones en el receptor.

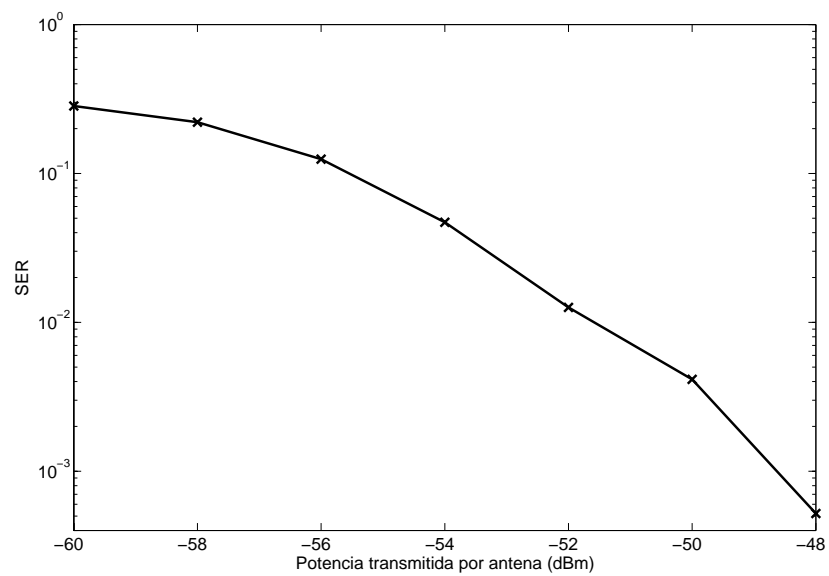


Figura 6.4: Probabilidad de error de símbolo medida para el segundo experimento.

$$f(|h|) = \begin{cases} \frac{|h|}{\sigma_s^2} e^{\left(\frac{|h|^2 + D^2}{2\sigma_s^2}\right)} I_0\left(\frac{|h|D}{\sigma_s^2}\right) & |h| \geq 0 \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad (6.6)$$

donde D^2 es la potencia del rayo directo², σ_s^2 es la potencia de cada componente (fase y cuadratura) de los rayos que llegan con menos potencia e I_0 es la función de Bessel modificada de primera especie y orden 0.

A continuación vamos a mostrar la matriz de covarianza (ecuación (6.7)) de los coeficientes del canal y tras ésto vamos a estimar la fdp de los coeficientes del canal medidos.

$$C = E \left\{ \text{vec}(\mathbf{H}) \text{vec}(\mathbf{H})^H \right\} = \begin{bmatrix} 1,04 & -0,26 + 0,79j & 0,55 + 0,38j & -0,84 - 1,05j \\ -0,26 - 0,79j & 0,72 & 0,15 - 0,53j & -0,61 + 0,94j \\ 0,55 - 0,38j & 0,15 + 0,53j & 0,44 & -0,85 - 0,25j \\ -0,84 + 1,05j & -0,61 - 0,94j & -0,85 + 0,25j & 1,78 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

Se puede observar que los canales no están balanceados, es decir, que los $C_{i,i}$ son diferentes, además también se puede ver que están correlados, ésto es debido principalmente a la proximidad entre antenas, tanto transmisoras como receptoras. Por último cabe mencionar que se normalizó el canal de manera que

$$E \left\{ \|\mathbf{H}\|_F^2 \right\} = \sum_{i=1}^{n_R n_T} C_{i,i} = n_T n_R = 4$$

Para estimar la fdp vamos a emplear el estimador de Parzen [35]. Dicho estimador viene dado por la siguiente fórmula

$$f(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \kappa(x - x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma N} \sum_{i=1}^N e^{-\frac{(x-x_i)^2}{2\sigma^2}} \quad (6.8)$$

donde κ es el denominado *kernel* que hemos elegido Gaussiano de varianza σ^2 , N es el número de realizaciones la variable aleatoria y las x_i son dichas realizaciones.

A continuación vamos a estimar el módulo y la fase de los coeficientes del canal mediante el estimador de Parzen, además vamos a comparar las fdp del módulo con las fdp teóricas, para ello será necesario obtener los valores de D y de σ_s^2 . Dichos

²No tiene porque ser rayo directo, puede ser simplemente un rayo que llegue con más potencia que los demás.

valores los obtenemos mediante las siguientes fórmulas

$$K = \frac{D^2}{2\sigma_s^2} \quad (6.9a)$$

$$E \{ |h|^2 \} = D^2 + 2\sigma_s^2 \quad (6.9b)$$

donde K se conoce como el factor de Rice.

En primer lugar vamos a mostrar las fdp de la envolvente (ver figuras 6.5 y 6.6), se puede ver que la aproximación mediante un canal Rice es bastante buena. Y en segundo lugar se muestra la fdp de la fase del canal (figura 6.7), que se puede considerar uniforme entre $[-\pi, \pi)$.

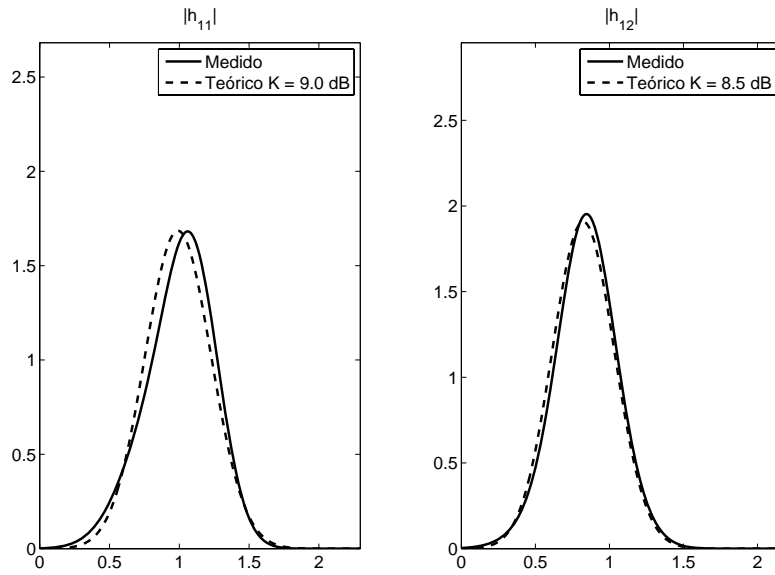


Figura 6.5: fdp de la envolvente de los coeficientes $h_{1,1}$ y $h_{1,2}$ para el experimento 2.

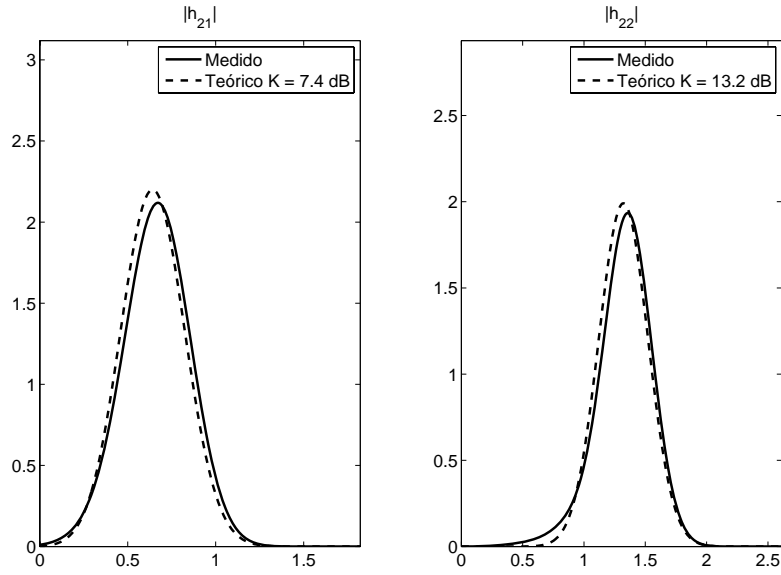


Figura 6.6: fdp de la envolvente de los coeficientes $h_{2,1}$ y $h_{2,2}$ para el experimento 2.

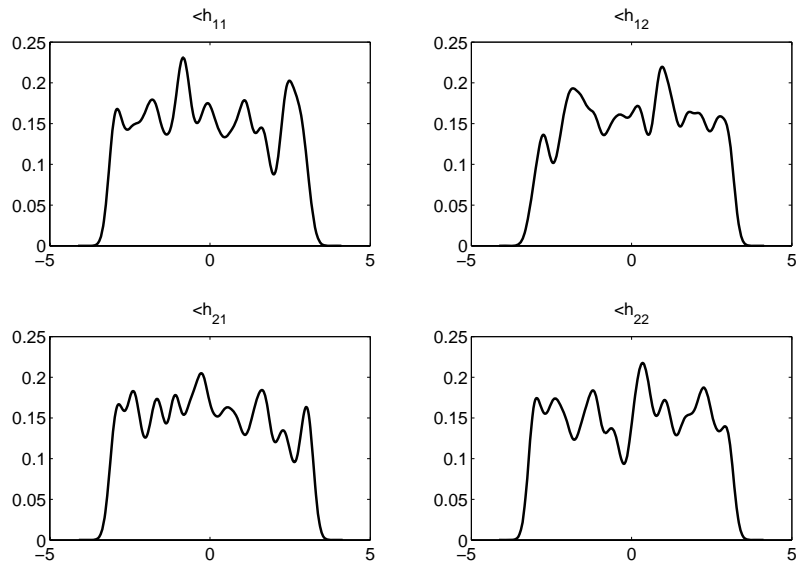


Figura 6.7: fdp de la fase de todos los coeficientes para el experimento 2.

6.2.3. Experimento 3

Dado que en la literatura se suele asumir que el canal es Rayleigh, se intentó buscar un entorno de propagación que nos permitiera obtener dicha distribución. Para ello se buscó que no hubiera visión directa metiendo las antenas transmisoras en un armario metálico, de manera que la salida de dicho armario no viera a las antenas receptoras (figura 6.8).

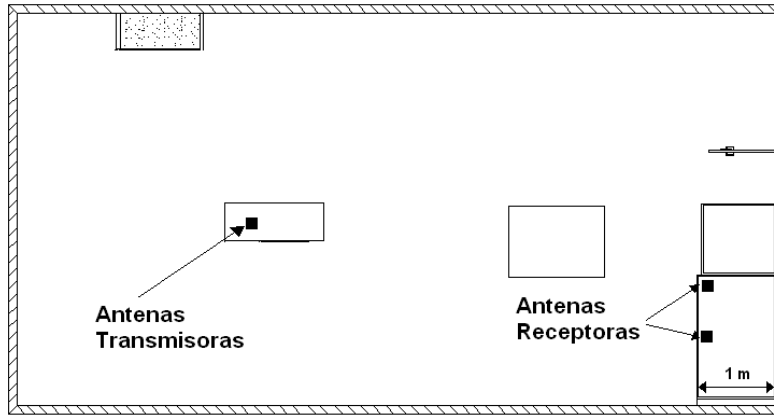


Figura 6.8: Localización del transmisor y el receptor para el experimento 3.

Para este entorno de propagación se llevaron a cabo las mismas pruebas que para el experimento 1. En la figura 6.9 se puede ver la SER para este experimento, cabe mencionar que nos movemos en el mismo rango de tasa de error aunque para ello ha sido necesario aumentar la potencia en transmisión unos 15 dB.

A continuación, se va a mostrar la matriz de covarianza del canal y además, como en el experimento anterior analizamos las fdp de los coeficientes del canal. Para este caso también se obtuvo que la envolvente de los coeficientes seguía una distribución de Rice, aunque se esperaba una Rayleigh. Pensamos que ésto puede ser debido a la proximidad del transmisor y el receptor, y aunque no haya visión directa algún rayo puede que llegue con más potencia que los demás.

$$C = \begin{bmatrix} 2,32 & -0,81 + 0,40j & -0,41 - 1,10j & 1,17 + 0,09j \\ -0,81 - 0,40j & 0,38 & -0,05 + 0,46j & -0,40 - 0,24j \\ -0,41 + 1,10j & -0,05 - 0,46j & 0,66 & -0,26 + 0,56j \\ 1,17 - 0,09j & -0,40 + 0,24j & -0,26 - 0,56j & 0,64 \end{bmatrix}$$

Como se puede observar este canal también está no balanceado. Por otro lado, debido a estas estadísticas del canal, será necesario en futuras pruebas alejar todavía más el transmisor. Ésto no va a ser ningún impedimento debido a la opción de la transmisión de comandos a los generadores mediante WLAN.

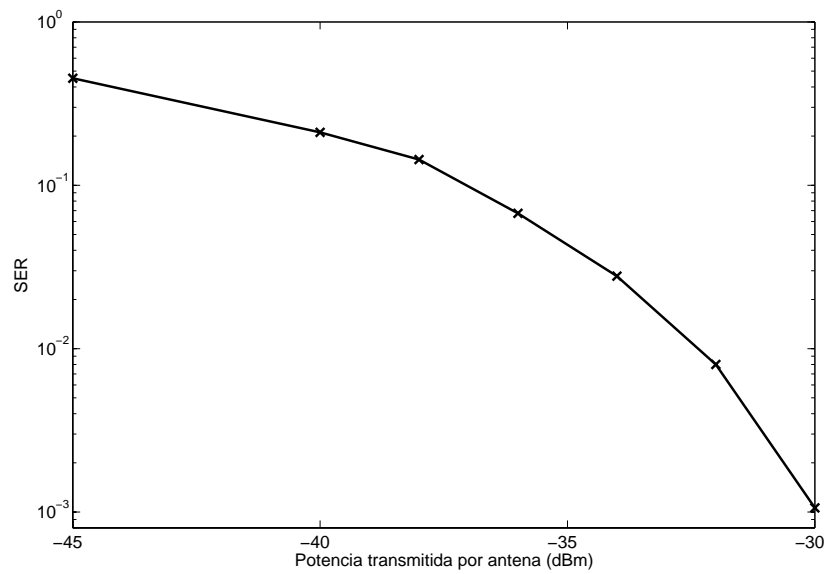


Figura 6.9: Probabilidad de error de símbolo medida para el tercer experimento.

Por último, como se ha dicho anteriormente, se va a mostrar las fdp (figuras 6.10, 6.11 y 6.12) de los coeficientes del canal. Las conclusiones que se pueden obtener de estas figuras son las mismas que en el experimento 2.

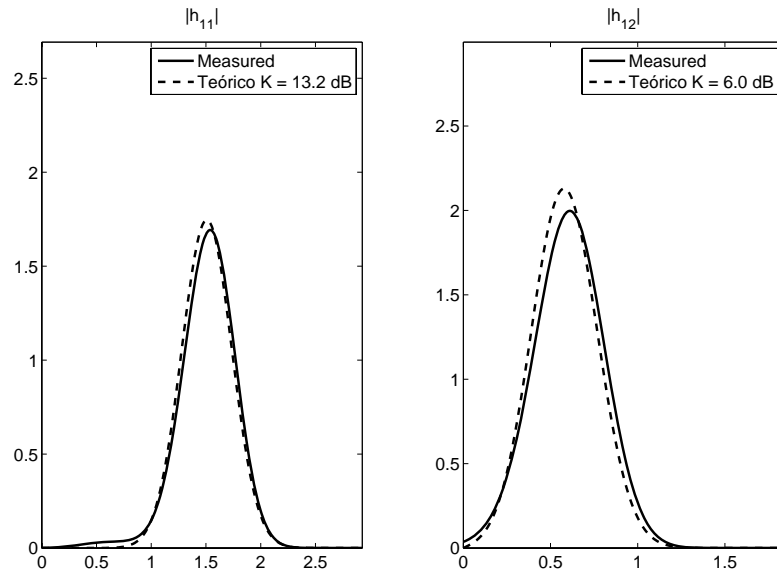


Figura 6.10: fdp de la envolvente de los coeficientes $h_{1,1}$ y $h_{1,2}$ para el experimento 3.

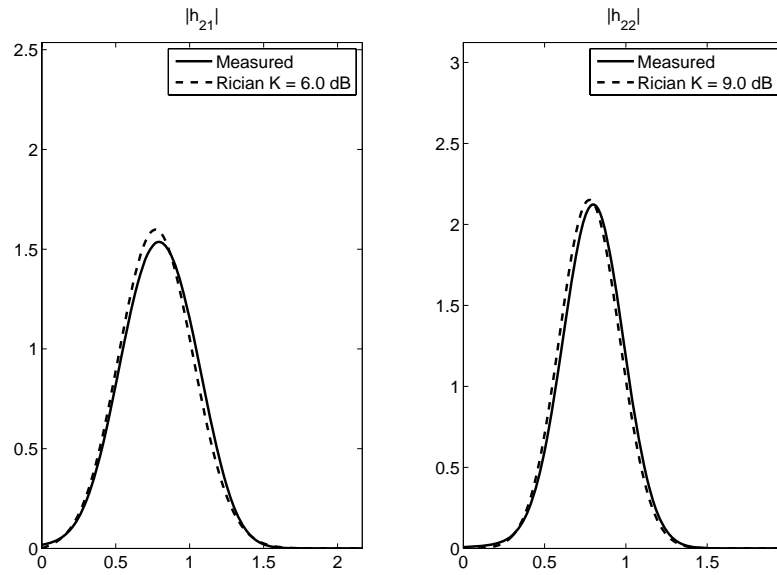


Figura 6.11: fdp de la envolvente de los coeficientes $h_{2,1}$ y $h_{2,2}$ para el experimento 3.

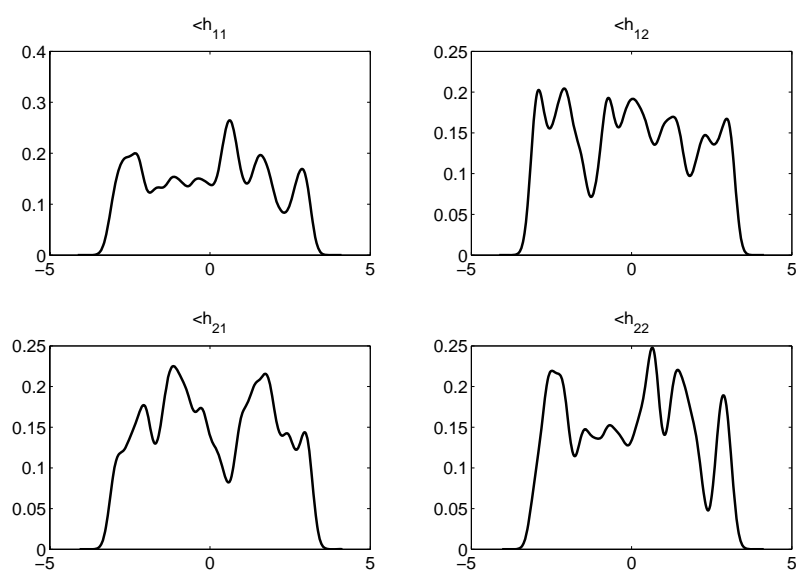


Figura 6.12: fdp de la fase de todos los coeficientes para el experimento 3.

Capítulo 7

Conclusiones y líneas futuras

En primer lugar se ha desarrollado una técnica de detección para sistemas MIMO con multiplexado espacial basada en conceptos del mundo del aprendizaje-máquina (*machine-learning*), concretamente se ha hecho uso de técnicas de regularización y de las SVM. Dicha técnica hace uso de las propiedades de las constelaciones empleadas en comunicaciones digitales y podemos decir que para tamaños de problema moderados o grandes (en número de antenas o tamaño de la constelación), el método basado en detección regularizada proporciona una solución intermedia entre el *Sphere Decoding* y el MMSE con *Null and Cancelling* y ordenado óptimo.

En segundo lugar se ha contribuido al desarrollo de una plataforma Hardware para sistemas MIMO 2x2 a 2.4 GHz que permite una rápida evaluación de algoritmos banda base, de esta manera se puede probar sobre sistemas reales las prestaciones de los algoritmos desarrollados en el grupo.

Respecto a las líneas futuras de trabajo hay, como en el proyecto, dos partes. Una primera que hace referencia a la parte de detección:

- Hacer una extensión de la técnica a modulaciones multinivel, para ello se podría aplicar un método similar al que se aplica en el CMA [36].
- Combinar la detección regularizada con los métodos de *Null and Cancelling*.
- La estima *soft* que proporciona el detector tras cada iteración se puede emplear para obtener las probabilidades *a posteriori*, de manera que sería posible combinarlo con Turbo-Códigos.

Y una segunda parte que hace referencia a la plataforma:

- Seguir haciendo pruebas en diferentes localizaciones.
- Evaluar sobre la plataforma los algoritmos desarrollados en el grupo, como por ejemplo [33].

- Implementar sobre la plataforma algoritmos de sincronización de manera que se pueda aumentar sus prestaciones.

Apéndice A

Publicaciones a las que ha dado lugar este proyecto de fin de carrera

1. D. Ramírez e I. Santamaría, “A Regularized Approach for Detection of Constant Modulus Signals in MIMO Channels”, *Electronic Letters*, Volume 42, Issue 3 , p. 127-189 , February 2006.
2. D. Ramírez, J.A. García *et al*, “A flexible testbed for the rapid prototyping of MIMO baseband modules”, aceptado para su publicación en *International Symposium on Wireless Communications Systems*, Valencia, Septiembre 2006.
3. J.A. García, D. Ramírez, *et al*, “Plataforma hardware para el desarrollo de sistemas MIMO”, aceptado para su publicación en *Simpósium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio*, Oviedo, Septiembre 2006.

Bibliografía

- [1] D. Gesbert, M. Shafi, S. Shiu, P. J. Smith y A. Naguib, "From theory to practice: an overview of MIMO Space-Time Coded wireless systems", *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 21, no 3, Abril 2003.
- [2] C.J. Foschini y J.J. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment using multiple antennas", *Wireless Personal Communications*, vol. 6, pp. 311-315, 1998.
- [3] B. Schölkopf y A.J. Smola, *Learning with kernels: support vector machines, Regularization, Optimization and Beyond*, The MIT Press.
- [4] S.M. Alamouti, "A simple transmit diversity technique for wireless communications", *IEEE Journal Select. Areas Commun*, vol. 16, no. 8, pp. 1451-1458, Oct. 1998.
- [5] A. Papoulis y S.U. Pillai, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, Mc Graw Hill.
- [6] G. Golub y C. van Loan, *Matrix computations*, The Johns Hopkins University Press
- [7] C. E. Shannon, "A Mathematical Theory of Communication", *Bell System Technical Journal*, vol. 27, pp 379-423 and pp. 623-656, 1948
- [8] J. Pérez, J. Ibáñez, L. Vielva e I. Santamaría, "Tight closed-form approximation for the ergodic capacity of orthogonal STBC", Aceptado para su publicación en *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2006
- [9] J. Pérez, J. Ibáñez, L. Vielva e I. Santamaría, "Closed-form approximation for the outage capacity of orthogonal STBC", *IEEE Communications Letters*, Vol. 9, no. 11, pp 961-963, Nov. 2005
- [10] S. Sandhu y A. Paulraj. "Space-time block codes a capacity perspective", *IEEE Communications Letters*, vol. 4, no. 12, 384 -386, December 2000.
- [11] S. M. Kay, *Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume I: Estimation Theory*, Prentice Hall Signal Processing Series.

- [12] C.J. Foschini, "Layered Space Time Architecture For Wireless Communication In A Fading Environment When Using Multi-Element Antenna", *Bell Labs Technical Journal*, Autumn 1996.
- [13] B. Hassibi, "An Efficient Square Root Algorithm for BLAST", *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*.
- [14] U. Fincke y M. Pohst, "Improved methods for calculating vectors of short length in a lattice, including a complexity analysis", *Mathematics of Computation*, vol. 44, pp. 463-471, Abril 1985
- [15] B. Hassibi y H. Vikalo, "On the sphere-decoding algorithm I and II", *IEEE Trans. Signal Process.*, 2005
- [16] H. Vikalo, B. Hassibi y U. Mitra, "Sphere Constrained ML Detection For Frequency Selective Channels", *Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*.
- [17] D. Ramírez e I. Santamaría, "A Regularized Approach for Detection of Constant Modulus Signals in MIMO Channels", *Electronic Letters*, Volume 42, Issue 3 , p. 127-189 , February 2006.
- [18] I. Santamaría, C. Pantaleón, L. Vielva y J. Ibáñez, "Blind equalization of constant modulus signals using support vector machines", *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, vol. 52, no. 6, pp. 1773-1782.
- [19] M. Lázaro, I. Santamaría, J. Vía y D. Erdogmus, "Blind equalization of multilevel signals using support vector machines", *Proc. of the 12th European Signal Processing Conference EUSIPCO'04*, Vienna, Austria. Sept. 2004 pp. 41-44.
- [20] F. Pérez-Cruz, A. Navia-Vázquez, P. Alarcón-Diana y A. Artés-Rodríguez, "An IRWLS procedure for SVR", *European Signal Processing Conference*, Tampere (Finland), September.
- [21] H. Artés, D. Seethaler, y F. Hlawatsch, "Efficient detection algorithms for MIMO channels: A geometrical approach to approximate ML detection", *IEEE Trans. Signal Process.*, 2003, vol. 51, no. 11, pp. 2808-2820.
- [22] T. Kaiser, A. Wilzeck, M. Berentsen y M. Rupp, "Prototyping for MIMO systems - an overview", *XII European Signal Processing Conference, EUSIPCO'04*, pp. 681-688, Vienna, Austria, Sept. 2004.
- [23] S. Caban, C. Mehlführer, R. Langwieser, A. L. Scholtz, y M. Rupp, "Vienna MIMO testbed", *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, special issue on Implementation Aspects and Testbeds for MIMO Systems, 2006.

- [24] A. Guillen i Fàbregas *et al*, “A MIMO-OFDM testbed for wireless local area networks”, *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, special issue on Implementation Aspects and Testbeds for MIMO Systems, 2006.
- [25] P. Goud, R. Hang, D. TRuhachev y C. Schelgel, “A portable MIMO testbed and selected channel measurements”, *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, special issue on Implementation Aspects and Testbeds for MIMO Systems, 2006.
- [26] D. Ramírez, J.A. García *et al*, “A flexible testbed for the rapid prototyping of MIMO baseband modules”, aceptado para su publicación en *International Symposium on Wireless Communications Systems*, Valencia, Septiembre 2006.
- [27] J.A. García, D. Ramírez, *et al*, “Plataforma hardware para el desarrollo de sistemas MIMO”, aceptado para su publicación en *Simpósium Nacional de la Unión Científica Internacional de Radio*, Oviedo, Septiembre 2006.
- [28] Rubén Terceño Rodríguez, Implementación de un DDC sobre la lógica programable del sistema de adquisición ICS-554, Proyecto de Fin de Carrera, Universidad de Cantabria, Abril 2005.
- [29] Gabriel Gutiérrez Corral, Identificación ciega de canal basada en estadísticos de segundo orden, Proyecto de Fin de Carrera, Universidad de Cantabria, Septiembre 2004.
- [30] F. Simoens y M. Moeneclaey, “A Reduced Complexity Frequency Offset Estimation Technique for Flat Fading MIMO Channels”, *IEEE CAS Workshop/Symposium on Emerging Technologies*, MWC, Shanghai, China, Jun. 2004.
- [31] V. Tarokh, A. Naguib, N. Seshadri y A.R. Calderbank, “Space Time codes for high data rate wireless communication: Performance criteria in the presence of channel estimation errors, mobility and multiple paths”, *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, no. 2, pp. 199-207, Feb 1999.
- [32] S. Shahbazpanahi, A. B. Gershman y J. H. Manton, “Closed-form blind MIMO channel estimation for orthogonal space-time block codes”, *IEEE Trans. Signal Processing*, Dec. 2005, vol. 53, no. 12, pp. 4506-4517.
- [33] J.Vía, I. Santamaría, J. Pérez y D. Ramírez, “Blind Decoding Of MISO-OSTBC Systems Based On Principal Component Analysis”, *IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing*, Tolulousse, Francia, May 2006.
- [34] B. Vucetic y J. Yuan, *Space - Time Coding*, John Wiley & Sons.
- [35] E. Parzen, “On Estimation of a Probability Density Function and Mode”, *Annals of Math. Statistics*, vol. 33, pp. 1065-1076, 1962.

- [36] D. N. Godard, "Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two Dimensional Data Communications Systems", *IEEE Transactions On Communications*, vol. 28, no. 11, Nov 1980.